ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Über die Entwickelung zusammengesetzter Krystallgestalten;

von

A. v. Ettingshausen.

1.

Das wichtigste Geschäft der Krystallographie besteht in der Entwickelung der Combinationen, worunter man die vollständige Bestimmung der einfachen Gestalten versteht, aus welchen die mannigfaltigen Gestalten der Individuen des Mineralreiches zusammengesetzt sind. Ist die in einer zusammengesetzten Gestalt oder Combination herrschende Symmetrie erkannt worden, so kann über die Art und Stellung ihrer einfachen Bestandtheile kein Zweifel obwalten; denn alle gegen die Axen, auf welche sich die Symmetrie bezieht, gleichliegende Flächen gehören zu einer einfachen Gestalt oder, nach Umständen, zu zwei einander gleichen, jedoch in verschiedener Stellung befindlichen, einfachen Gestalten, welche man sogleich erhält, wenn man die erwähnten Flächen, bis sie sich wechselseitig schneiden, vergrössert. Es bleibt daher nur noch die Ausmittelung der linearen Dimensionen der combinirten Gestalten übrig. Hiebei kömmt es jedoch keinesweges auf die Angabe der absoluten Werthe dieser Dimensionen an, sondern es ist hinreichend, die Verhältnisse zu berechnen, welche unter den Abmessungen einer jeden einzelnen einfachen

Gestalt Statt finden, oder, was dasselbe heifst, dieselben auf eine gemeinschaftliche Fundamental-Dimension (z. B. bei verticaler Lage gleichnamiger Axen auf einerlei horizontale Projection der Grundgestalt, u. d. gl.) zu reduciren, wefswegen man in dem ungünstigsten Falle blofs die Neigungen der Flächen, welche sich in den Kanten der zu untersuchenden Gestalt begegnen, durch wirkliche Messungen zu bestimmen und der Rechnung zu Grunde zu legen hat. Um die Entwickelung einer Combination mit Leichtigkeit und Sicherheit zu verrichten, müssen diese Messungen auf die geringste Anzahl beschränkt, und so viele Daten als möglich aus einer von allen Messungen unabhängigen Betrachtung der Art und Weise, auf welche die einfachen Bestandtheile in der vorliegenden Combination verbunden sind, entnommen werden. Man erreicht durch ein solches Verfahren sogleich auf directem Wege den Hauptzweck der krystallographischen Forschung, nämlich die Kenntnifs der Gesetze, welche die Natur in der Zusammenstellung der einfachen Gestalten zur Bildung der Formen der Individuen des Mineralreiches offenbart.

Zu dem so eben angedeuteten Geschäfte ist, wie der Gründer der wissenschaftlichen Mineralogie, Herr Professor *Mohs*, in seinem klassischen *Grundrisse der Mineralogie*, aus dem die oben ausgesprochenen Ansichten entnommen sind, und in einer im 68sten Bande der *Gilbert*'schen Annalen der Physik befindlichen Abhandlung gelehrt hat, der häufig vorhandene Parallelismus der Combinationskanten, entweder unter einander, oder mit den eigenen Kanten der combinirten Gestalten, wie auch die horizontale Lage der Combinationskanten bei verticaler Position der Hauptaxe der zu entwickelnden Gestalt, vorzugsweise brauchbar, und wir verdanken den Bemühungen dieses ausgezeichneten Gelehrten eine

scharfsinnige Methode, die bei dem Eintreten eines dieser Umstände zwischen den combinirten Gestalten obwaltende Relation zu finden.

Der gegenwärtige Aufsatz beschäftiget sich mit demselben Gegenstande; er sucht die erwähnte Relation aus den ersten Gründen der analytischen Geometrie abzuleiten; die Gleichungen, durch welche sie dargestellt wird, in der einfachsten und zum Gebrauche bequemsten Form zu erhalten; überhaupt aber zur Verbreitung der Kenntnifs einer so nützlichen krystallographischen Methode mitzuwirken.

2.

Die Aufgabe, um deren Auflösung es sich hier handelt, kann folgender Mafsen ausgedrückt werden:

Aus dem Parallelismus der Durchschnittslinien dreier (nöthigen Falls erweiterter) *Flächen einer zusammengesetzten Krystallgestalt die dadurch bedingte Beziehung zwischen den Abmessungen der einfachen Gestalten, zu welchen diese Flächen gehören, anzugeben.*

Ihre Auflösung besteht in Folgendem: Man stelle die Gleichungen dieser drei Flächen in Bezug auf ein schicklich gewähltes rechtwinkliges oder schiefwinkliges Coordinatensystem dar. Sie werden, da diese Flächen als Ebenen zu betrachten sind, unter den Formen

$$\left.\begin{aligned} Mx + Ny + Pz &= Q \\ M'x + N'y + P'z &= Q' \\ M''x + N''y + P''z &= Q'' \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (1)$$

erscheinen, wobei x, y, z die unbestimmten Coordinaten irgend eines Punctes jeder einzelnen gedachter Flächen bedeuten, und die Coefficienten M, N, P, M', N', P', M'', N'', P'' von den Abmessungen der combinirten Gestalten abhängen. Man bilde nun die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} MN'P'' + M'N''P + M''NP' \\ - MN''P' - M'NP'' - M''N'P \end{aligned}\right\} = 0, \quad . \quad (2)$$

so hat man die verlangte Relation zwischen den Abmessungen der combinirten Gestalten gefunden. Denn für den Durchschnittspunct der drei durch die Gleichungen (1) vorgestellten Ebenen, oder was dasselbe heifst, für den Durchschnittspunct der drei Durchschnittslinien dieser Ebenen, wenn ein solcher vorhanden wäre, müfsten die Coordinaten x, y, z völlig bestimmte endliche Werthe annehmen, welche jeder der obigen drei Gleichungen Genüge leisten; und umgekehrt, könnte man endliche Werthe für x, y, z, für jede Gröfse einen, und aufser diesen keine anderen, finden, welche jede der genannten Gleichungen realisiren, so würden sich die drei Ebenen in einem Puncte schneiden, und diese Werthe von x, y, z seine Coordinaten angeben. Sollen also die Durchschnittslinien der drei Ebenen parallel seyn, worunter wir zugleich den Fall des Übereinanderfallens dieser Durchschnittslinien begreifen, so müssen die Werthe von x, y, z, welche der gewöhnlichen Auflösungsmethode der Gleichungen mit drei unbekannten Gröfsen zufolge, sich aus den Gleichungen (1) ergeben, entweder unendlich werden, oder die Form $\frac{0}{0}$ annehmen, d. h. es müssen die Nenner dieser Werthe verschwinden. Aber diese Werthe erhalten, wie die Rechnung lehrt, die linke Seite der Gleichung (2) zum gemeinschaftlichen Nenner, daher ist diese Gleichung gerechtfertigt.

Um die Gleichung (2) jederzeit mit Leichtigkeit darstellen zu können, erwäge man, dafs die Stellung der Accente in den sechs Gliedern ihrer linken Seite, bei unveränderter Stellung der Buchstaben M, N, P, mit den sechs Permutationsformen der Zahlzeichen 0 1 2 übereinstimmt, und dafs die drei Glieder, welche aus dem ersten durch blofse gegenseitige Verwechslung zweier Accente abgeleitet werden können, das Zeichen —, die übrigen aber das Zeichen + vor sich haben.

3.

Ehe wir die Gleichung (2) zur Entwickelung der zu den verschiedenen Krystallsystemen gehörenden Combinationen benützen, ist es nöthig die Gleichungen der Flächen der einfachen Gestalten dieser Systeme anzugeben. Um diefs mit möglichster Kürze thun zu können. nehmen wir die Rechnung für die allgemeinste Gestalt eines jeden Systemes, in welcher alle übrigen als besondere Fälle enthalten sind, vor.

I. Die allgemeinste einfache Gestalt des *rhomboëdrischen* Krystallsystems ist die *ungleichschenklige sechsseitige Pyramide.*

Es sey (Fig. 1) ABC eine Fläche einer ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramide, deren Gleichung wir finden wollen, und zwar A eine Spitze der Pyramide, AB eine stumpfe, und AC eine scharfe Axenkante derselben. Man nehme den Mittelpunct M der Pyramide für den Anfangspunct der Coordinaten, und die Richtung der Hauptaxe von M gegen A für die Axe der z an, so liegen die Axen der Coordinaten x und y, wenn man, was hier am rechten Orte ist, sich eines rechtwinkligen Coordinatensystems bedient, in der Ebene, welche durch M senkrecht auf die Hauptaxe der Pyramide geht. Diese Ebene trifft die Rhomboëderkante BC offenbar in ihrem Halbirungspuncte H; man wähle daher MH für die Axe der x, und rechne die Coordinaten y nach der Gegend hin, wo sich die stumpfe Axenkante AB befindet.

Die Gleichung der Ebene ABC mufs unter der Form

$$Mx + Ny + Pz = Q$$

enthalten seyn, so, dafs nur noch die Werthe von M, N, P, Q (wobei, wie man leicht sieht, eine dieser Grössen nach Belieben gewählt werden kann) zu bestimmen sind. Die Coordinaten der Puncte A, B, C müssen

dieser Gleichung Genüge leisten, und bieten uns demnach so viele besondere Gleichungen dar, als nöthig sind, um die Verhältnisse von M, N, P gegen Q zu finden.

Setzen wir die Länge der Hauptaxe A Z der Pyramide $= A$, so sind die Coordinaten des Punctes A offenbar

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = \tfrac{1}{2} A,$$

mithin ist

$$P \cdot \tfrac{1}{2} A = Q, \quad \text{also} \quad P = \frac{2}{A} \cdot Q.$$

Fällt man aus B und C auf die Ebene xy die Perpendikel Bb und Cc, so wird durch die Puncte b, c, M offenbar ein gleichseitiges Dreieck bestimmt, wovon die Seite bc in H halbirt ist. Bezeichnen wir bc, nämlich die Seite der horizontalen Projection der Pyramide bei verticaler Stellung ihrer Hauptachse, durch p, so ist $\mathrm{bH} = \mathrm{cH} = \frac{1}{2} p$ und $\mathrm{MH} = \frac{1}{2} p \sqrt{3}$. Nennen wir ferner die Axe des Rhomboëders, zu welchem die Kante BC gehört, a, so ist, wie leicht bewiesen werden kann, $\mathrm{Bb} = \mathrm{Cc} = \frac{1}{6} a$.

Es sind also die Coordinaten des Punctes B:

$$x = \tfrac{1}{2} p \sqrt{3}, \quad y = \tfrac{1}{2} p, \quad z = -\tfrac{1}{6} a;$$

und die Coordinaten des Punctes C:

$$x = \tfrac{1}{2} p \sqrt{3}, \quad y = -\tfrac{1}{2} p, \quad z = \tfrac{1}{6} a;$$

mithin mufs

$$M \cdot \tfrac{1}{2} p \sqrt{3} + N \cdot \tfrac{1}{2} p - P \cdot \tfrac{1}{6} a = Q,$$

und zugleich

$$M \cdot \tfrac{1}{2} p \sqrt{3} - N \cdot \tfrac{1}{2} p + P \cdot \tfrac{1}{6} a = Q$$

seyn, woraus durch Addition $M \cdot \frac{1}{2} p \sqrt{3} = Q$, also

$$M = \frac{2}{p \sqrt{3}} \cdot Q,$$

und durch Subtraction $Np - P \cdot \frac{1}{3} a = 0$, also

$$N = \frac{a}{3p} \cdot P = \frac{2a}{3pA} \cdot Q$$

folgt. Man kann nun $Q = \frac{3}{2} pA$ setzen, so ergibt sich

$$M = A\sqrt{3}, \quad N = a, \quad P = 3p,$$

mithin ist die Gleichung der Ebene ABC

$$A\sqrt{3} \cdot x + ay + 3pz = \tfrac{3}{2} pA. \quad . \quad . \quad (3)$$

Wird mit einer ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramide eine andere verglichen, welche sich gegen jene in verwendeter Stellung befindet, so ist es nöthig, diesen Umstand in den Gleichungen der von der Axe aus betrachtet nach derselben Gegend zu liegenden Flächen, welche wir hier durchgehends *ähnlich liegende* Flächen nennen wollen, ersichtlich zu machen. Wir wollen daher die Gleichung der Ebene ABC auch unter der Voraussetzung betrachten, daſs die Lagen der beiden Axenkanten AB und AC mit einander verwechselt sind. Dieſs hat, wie man durch Vergleichung der Figur 2 mit 1 leicht bemerkt, bloſs eine Umänderung der Zeichen, welche die mit der Hauptaxe parallelen Coordinaten der Puncte B und C an sich tragen, zur Folge, und es ist deſshalb in der Gleichung (3) bloſs das Zeichen von a zu ändern, wodurch diese Gleichung in

$$A\sqrt{3} \cdot x - ay + 3pz = \tfrac{3}{2} pA$$

übergeht.

Es können aber die mit einander zu vergleichenden ähnlich liegenden Flächen von entgegengesetzten Spitzen der Pyramiden ausgehen, weſswegen wir auch die Gleichungen der Ebene ZBC (Fig. 1 und 2) angeben müssen. Da die Coordinaten der Puncte B und C dieselben sind, wie oben, und der Punct Z sich von A nur durch die Änderung des Zeichens seiner Ordinate z unterscheidet, so verwandelt sich die Gleichung der Ebene ABC sogleich in die Gleichung der Ebene ZBC, wenn man in

ersterer $-A$ an die Stelle von $+A$ bringt. Die Gleichung von ZBC ist demnach für Fig. 1

$$-A\sqrt{3}\,.\,x+ay+3pz=-\tfrac{3}{2}pA,$$

und für Fig. 2

$$-A\sqrt{3}\,.\,x-ay+3pz=-\tfrac{3}{2}pA.$$

Wie die Gleichungen der übrigen Flächen einer ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramide in beiden Stellungen für das oben gewählte Coordinatensystem zu suchen sind, fällt in die Augen: wir bedürfen derselben nicht, und übergehen sie daher.

Aus der Gleichung einer Fläche einer ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramide erhält man die Gleichung der ähnlich liegenden Fläche des ihr zugehörigen ungleichwinkligen zwölfseitigen Prismas, wenn man die Axen A, a, ohne Änderung des Quotienten $\frac{A}{a}$, in den Zustand des unendlichen Wachsens versetzt; ferner die Gleichung der zugehörigen Rhomboëderfläche, wenn man $A=a$ annimmt, welche Gleichung sich bei dem unendlichen Wachsen von a in die Gleichung der Fläche eines regelmäſsigen sechsseitigen Prismas, nämlich desjenigen, welches Herr Professor *Mohs* mit $R+\infty$ bezeichnet, verwandelt; weiterhin staltet sich die Gleichung der Fläche einer ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramide durch die Annahme $a=0$ in die Gleichung der Fläche einer gleichschenkligen sechsseitigen Pyramide, und diese wieder für $A=\infty$ in die Gleichung einer Fläche des regelmäſsigen sechsseitigen Prismas $P+\infty$ um; endlich erhält man für $A=0$ und $a=0$ die Gleichung der auf die Axe senkrechten Ebene $R-\infty$.

4.

II. Für das *pyramidale Krystallsystem* wollen wir die Gleichung einer Fläche einer ungleichschenkligen achtseitigen Pyramide darstellen.

Es sey ABC (Fig. 3) eine Fläche dieser Gestalt, wovon der Punct A in der vertical gestellten Axe AZ liegt, und die Seiten AB und AC mit einer stumpfen und scharfen Axenkante übereinstimmen. Nehmen wir den Mittelpunct M für den Anfangspunct der rechtwinkligen Coordinaten, MA für die Axe der z, MB für die Axe der x an, und lassen wir die Axe der y nach der Gegend hin, wo sich AC befindet, gerichtet seyn. Die Axe AZ der ungleichschenkligen achtseitigen Pyramide werde mit A, die Axe az und die Seite der horizontalen Projection der gleichschenkligen vierseitigen Pyramide, aus welcher die achtseitige durch das Verfahren der Ableitung (*Mohs* Grundriſs d. Mineral. §. 103) entspringt, mit a und p bezeichnet, so ist, wenn BD senkrecht auf MC steht, $BD = MD = \frac{1}{2}p$, folglich $BM = \frac{p}{\sqrt{2}}$, und wenn aD mit AC in E zusammentrifft, Ez mit MD parallel, folglich $CM = \frac{pA}{A + a}$, und daher, wenn Cc auf BM senkrecht gezogen wird, $Mc = Cc = \frac{pA}{(A + a)\sqrt{2}}$.

Stellen wir nun die Gleichung der Ebene ABC durch

$$Mx + Ny + Pz = Q$$

vor, so haben wir, weil für den Punct A offenbar

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = \tfrac{1}{2}A,$$

ferner für den Punct B

$$x = \frac{p}{\sqrt{2}}, \quad y = 0, \quad z = 0,$$

endlich für den Punct C

$$x = y = \frac{pA}{(A + a)\sqrt{2}}, \quad z = 0 \quad \text{ist},$$

die drei Gleichungen

$$P \cdot \tfrac{1}{2} A = Q,$$

$$M \cdot \frac{p}{\sqrt{2}} = Q,$$

$$(M + N) \frac{pA}{(A+a)\sqrt{2}} = Q,$$

welche, wenn man die willkürliche Gröfse $Q = pA$ setzt,

$$P = 2p, \quad M = A\sqrt{2}, \quad N = a\sqrt{2}$$

geben.

Die Gleichung der ebenen Fläche ABC ist dem zu Folge

$$A\sqrt{2} \cdot x + a\sqrt{2} \cdot y + 2pz = pA. \quad . \quad (4)$$

Um ähnlich liegende Flächen zweier gegenseitig in diagonaler Stellung befindlicher ungleichschenkliger achtseitiger Pyramiden mit einander vergleichen zu können, müssen wir die Gleichung der Fläche ABC suchen, in so fern, wie die 4te Figur zeigt, AC mit AB, ohne Störung ihrer früheren Position gegen die Hauptachse, verwechselt erscheint. Wir haben jetzt, wenn die obigen Bezeichnungen beibehalten werden,
für den Punct C die Coordinaten

$$x = \frac{pA}{A+a}, \quad y = 0, \quad z = 0;$$

und für den Punct B:

$$x = y = \frac{p}{2}, \quad z = 0.$$

Die Coordinaten des Punctes A hingegen sind nicht geändert worden; ist daher wieder $Mx + Ny + Pz = Q$ die Gleichung der Ebene ABC, so haben wir, zur Bestimmung von M, N, P,

$$M \cdot \frac{pA}{A+a} = Q,$$

$$(M + N) \frac{p}{2} = Q,$$

$$P \cdot \tfrac{1}{2} A = Q,$$

mithin, wenn $Q = pA$ angenommen wird,

$$M = A + a, \quad N = A - a, \quad P = 2p,$$

woraus sich die Gleichung der Ebene ABC, nämlich

$$(A+a)x + (A-a)y + 2pz = pA \quad . \quad (5)$$

ergibt.

Ginge aber die Fläche, deren Gleichung verlangt wird, in den beiden hier betrachteten Stellungen von der entgegengesetzten Spitze der Pyramide aus, d. h. hätte sie die Lage der Fläche ZBC (Fig. 3 und 4), so blieben offenbar die Coordinaten der Puncte B und C, mithin auch die Werthe der Coefficienten M und N die obigen, und nur das Zeichen des Werthes des Coefficienten P würde in das entgegengesetzte verwandelt. Die Gleichungen (4) und (5) müſsten demnach durch folgende

$$A\sqrt{2} \,.\, x + a\sqrt{2} \,.\, y - 2pz = pA,$$
$$(A+a)x + (A-a)y - 2pz = pA$$

ersetzt werden.

Wir wollen des Folgenden wegen hier darauf aufmerksam machen, daſs diese Gleichungen sich auch aus (4) und (5) ergeben, wenn man daselbst die Zeichen von A und a ändert; ferner daſs die linke Seite der Gleichung (5) selbst aus (4) abgeleitet werden kann, wenn man in dieser $\frac{A+a}{\sqrt{2}}$ an die Stelle von A, und $\frac{A-a}{\sqrt{2}}$ an die Stelle von a bringt.

Aus der allgemeinen Gleichung einer Fläche einer ungleichschenkligen achtseitigen Pyramide entspringt die Gleichung der ähnlich liegenden Fläche des zugehörigen ungleichwinkligen achtseitigen Prismas, wenn man die Axen A, a, ohne Änderung des Werthes von $\frac{A}{a}$, unendlich groſs werden läſst; ferner die Gleichung der ähnlich liegenden Fläche einer in paralleler Stellung be-

findlichen gleichschenkligen vierseitigen Pyramide, wenn man $A = a$ setzt, und hieraus für $a = \infty$ die Gleichung einer Fläche des zugehörigen rechtwinkligen vierseitigen Prismas; endlich für $A = a = o$ die Gleichung einer auf die Axe senkrechten Ebene.

5.

III. Alle einfache Gestalten der verschiedenen prismatischen Systeme sind in der zugehörigen Grundgestalt als specielle Fälle enthalten, weſswegen wir bloſs die Gleichungen der Flächen irgend einer vierseitigen Pyramide kennen zu lernen haben.

Wählen wir, indem wir den Mittelpunct M (Fig. 5) einer solchen Pyramide als den Anfangspunct der Coordinaten ansehen, die Richtungen beliebiger Hälften ihrer Hauptaxe und der beiden Diagonalen ihrer Basis, z. B. MA, MB, MC für die Richtungen der positiven x, y, z, und fassen wir die durch die Endpuncte der genannten Geraden bestimmte Grenzfläche ABC der Pyramide in das Auge, so ist, wenn wir

$$MA = a, \quad MB = b, \quad MC = c$$

setzen, offenbar

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

die Gleichung der Ebene ABC, denn nur dieser Gleichung wird durch die Coordinaten der drei Puncte A, B, C Genüge geleistet. Aus derselben erhält man die Gleichung jeder anderen der Ebenen, durch welche die hier betrachtete Pyramide begrenzt wird, wenn man die Zeichen der Divisoren a, b, c, der Lage dieser Ebene gegen das gewählte Coordinatensystem gemäſs, ändert So gehört z. B.

der Ebene A′B C die Gleichung $-\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

» » A′B′C′ » » $-\frac{x}{a}-\frac{y}{b}-\frac{z}{c}=1$

u. s. w.

Wie die Gleichungen der Flächen, welche zu den Grenzgestalten des prismatischen Systems, von welchem die Rede ist, gehören, aus der Gleichung (6) entspringen, ist für sich klar.

6.

Es seyen nun die Combinationskanten ähnlich liegender (d. h. an derselben Seite der zusammengesetzten Gestalt befindlicher) und zu einerlei Endpunct der gemeinschaftlichen Axe gehörender Flächen dreier in paralleler Stellung verbundener ungleichschenkliger sechsseitiger Pyramiden mit einander parallel, so sind, bei dem in 3. gewählten Coordinatensysteme, wenn man die dortige Bezeichnung beibehält, und nur die auf verschiedene Gestalten sich beziehenden Gröſsen durch Accente unterscheidet,

$$A\sqrt{3}\,.\,x+a\,y+3pz=\tfrac{3}{2}pA,$$
$$A'\sqrt{3}\,.\,x+a'y+3p'z=\tfrac{3}{2}p'A',$$
$$A''\sqrt{3}\,.\,x+a''y+3p''z=\tfrac{3}{2}p''A''$$

die Gleichungen, auf deren Coefficienten die Gleichung (2) anzuwenden ist. Es besteht daher zwischen den Gröſsen A, A', A'', a, a', a'', p, p', p'' folgende Relation:

$$\left.\begin{array}{l} Aa'p''+A'a''p+A''ap' \\ -Aa''p'-A'ap''-A''a'p \end{array}\right\}=0.$$

Reducirt man die combinirten Gestalten auf einerlei horizontale Projection, so hat man $p=p'=p''$, mithin findet zwischen den sechs Gröſsen A, A', A'', a, a', a'' die Gleichung

$$\left.\begin{array}{l} Aa'+A'a''+A''a \\ -Aa''-A'a-A''a' \end{array}\right\}=0 \quad . \quad . \quad (7)$$

Statt, mittelst welcher, wenn fünf der genannten Grössen bekannt sind, die sechste bestimmt werden kann.

Die Gleichung (7) ist, obgleich ihr zunächst blofs ein besonderer Fall zu Grunde liegt, dennoch die allgemeinste Gleichung zur Entwickelung *dreifacher rhomboëdrischer Combinationen* aus dem Parallelismus der Combinationskanten, wenn man nur für alle von entgegengesetzten Enden der Axe herkommende Flächen die mit A, und für Flächen in verwendeter Stellung befindlicher Gestalten die mit a bezeichneten Gröfsen negativ nimmt. Für jedes Rhomboëder ist, nachdem man auf die so eben gegebene Vorschrift bereits Rücksicht genommen hat, $A = a$, und für jede gleichschenklige sechsseitige Pyramide $a = 0$ zu setzen. Für die Prismen wird in allen diesen Fällen A unendlich, und wenn man es nicht mit dem Prisma $P + \infty$ zu thun hat, auch a; die nicht mit einem unendlichen Factor multiplicirten Glieder fallen aus der Gleichung (7) weg. (Vergl. 3.)

7.

Um das hier Gesagte mit einem Beispiele zu belegen, wählen wir eine von Herrn Prof. *Mohs* in dem oben angeführten Aufsatze (*Gilb.* Annal. 68. Bd. S. 399) betrachtete Aufgabe.

Es seyen alle ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramiden zu finden, die an den schiefen Combinationskanten, welche irgend ein Rhomboëder mit dem regelmäfsigen sechsseitigen Prisma $R + \infty$ hervorbringt, unter parallelen Combinationskanten erscheinen können.

Beziehen wir die nicht accentuirten Buchstaben auf die Pyramide, die mit einem Striche versehenen auf das Rhomboëder, und die zwei Mal gestrichenen auf das Prisma, so haben wir $A' = a'$, und weil, wenn wir die Fläche von $R + \infty$ mit der Rhomboëderfläche zu einer-

lei Spitze gehörig betrachten, $R + \infty$ gegen das Rhomboëder in verwendeter Stellung erscheint, $A'' = + \infty$, $a'' = - \infty$. Die Gleichung (7) gibt unter diesen Voraussetzungen, da die Glieder $A a' - A' a$ nun wegbleiben müssen:

$$A - a' + a - a' = 0,$$

also $A = 2a' - a$, wenn die Pyramide und das Rhomboëder in paralleler Stellung sich befinden, und daher $A = 2a' + a$ für die verwendete Stellung dieser zwei Gestalten. Setzt man hier $a' = 2^n \alpha$, $a = 2^{n'} \alpha$, $A = m a = m \,.\, 2^{n'} \alpha$, wobei α die Axe der dem Rhomboëder und der Pyramide gemeinschaftlichen Grundgestalt bedeutet, so hat man das vom Herrn Prof. *Mohs* gefundene Resultat

$$m = 2^{n - n' + 1} \mp 1.$$

8.

Um sich zu überzeugen, daſs die Gleichung (7) auch aus den Formeln des oben angeführten Aufsatzes folgt, darf man nur die allgemeinen Ausdrücke der vom Herrn Prof. *Mohs* sogenannten *Combinationslinie* in Bezug auf zwei der zwischen den drei oben betrachteten ungleichschenkligen sechsseitigen Pyramiden Statt findenden binären Verbindungen einander gleich setzen. Schreibt man der Kürze wegen a, a', a'' statt $2^n a$, $2^{n'} a$, $2^{n''} a$, und A, A', A'' statt $m \,.\, 2^n a$, $m' \,.\, 2^{n'} a$, $m'' \,.\, 2^{n''} a$, so bietet die Formel I. (S. 383 am a. O.), wenn man bloſs die oberen Zeichen gelten läſst, die Gleichung

$$\frac{(A a' - A' a) \sqrt{(3A' + a')^2 + 36}}{2(3A' + a')(3A + a - 3A' - a')} =$$
$$= \frac{(A'' a' - A' a'') \sqrt{(3A' + a')^2 + 36}}{2(3A' + a')(3A'' + a'' - 3A' - a')}$$

dar, aus welcher erstlich

$$\frac{Aa' - A'a}{3A + a - 3A' - a'} = \frac{A''a' - A'a''}{3A'' + a'' - 3A' - a'},$$

und wenn man hier die Brüche wegschafft,

$$(3A'' + a'')(Aa' - A'a) - (3A' + a')(Aa' - A'a) =$$
$$= (3A + a)(A''a' - A'a'') - (3A' + a')(A''a' - A'a'')$$

folgt. Die Differenz der ersten Glieder auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens, nämlich

$$(3A + a)(A''a' - A'a'') - (3A'' + a'')(Aa' - A'a),$$

gibt, nach gehöriger Entwickelung,

$$(3A' + a')(A''a - Aa'');$$

es ist daher die obige Gleichung, nachdem man alle Glieder auf eine Seite gebracht hat, durch $3A' + a'$ theilbar, und man erhält, wenn man die Division verrichtet, was hier erlaubt ist, da $3A' + a'$ wegen $A' > a'$ nie verschwindet, genau die Gleichung (7). Nimmt man in der Formel I. die unteren Zeichen, oder bedient man sich zur Berechnung einer der beiden Combinationslinien der übrigen Formeln, so erhält man eine Gleichung, welche sich von der Gleichung (7) nur dadurch unterscheidet, dafs in ihr die auf die Fälle, welchen diese Formeln entsprechen, sich beziehenden Änderungen vorgenommen worden sind. Ein Gleiches gilt auch rücksichtlich der für die anderen Krystallsysteme aufgestellten Formeln, wefswegen wir uns jeder weiteren Bemerkung über diesen Gegenstand enthalten.

9.

Diejenigen *zweifachen* Combinationen des rhomboedrischen Systemes, bei denen eine Lage der Combinationskanten Statt findet, welche ohne Hülfe von Messungen einen sicheren Schlufs auf das Verhältnifs der Dimensionen der combinirten Gestalten gestattet, lassen sich auf dreifache Combinationen zurückführen, und

mittelst der Gleichung (7) oder doch wenigstens mittelst der Gleichung (2) entwickeln.

I. Es sey die Combinationskante der zu zwei einfachen rhomboëdrischen Gestalten gehörenden Flächen horizontal.

In diesem Falle ist genannte Kante offenbar den Combinationskanten parallel, welche die auf die Hauptachse senkrechte Ebene $R - \infty$ mit beiden Gestalten hervorbringen würde. Bezieht man also A'' und a'' auf diese Ebene, so ist $A'' = a'' = 0$ zu setzen, und die Gleichung (7) gibt

$$A a' - A' a = 0.$$

Diese Gleichung besteht für zwei mit einander combinirte gleichschenklige sechsseitige Pyramiden wegen $a = 0$ und $a' = 0$ jederzeit; für zwei Rhomboëder gleichfalls, sobald für sie die Producte $A a'$, $A' a$, deren numerische Werthe hier nothwendig gleich sind, auch einerlei Zeichen besitzen, d. h. sobald die sich begegnenden Flächen bei paralleler Stellung der Rhomboëder beide zu einer, und bei verwendeter Stellung zu verschiedenen Spitzen gehören. Für ungleichschenklige sechsseitige Pyramiden folgt aus der gefundenen Gleichung $\frac{A}{a} = \frac{A'}{a'}$; es sind demnach beide Pyramiden nach einerlei Zahl aus den ihnen zu Grunde liegenden Rhomboëdern abgeleitet, und befinden sich, wenn die in horizontalen Kanten einander begegnenden Flächen zu einerlei Spitze gehören, in paralleler Stellung.

II. Es sey die Kante, in welcher sich zwei Flächen rhomboëdrischer Gestalten durchschneiden, einer der an diesen Flächen liegenden Axenkanten parallel.

In vorliegendem Falle kann man die Combination als eine mit parallelen Combinationskanten Statt findende, zwischen beiden Flächen und einer durch genannte Axen-

kante und die gemeinschaftliche Hauptaxe der Gestalten gehenden Ebene (oder wenn man anders will, einer dieser Axenkante parallelen Fläche des Prismas $P + \infty$) betrachten. Gibt man der Gleichung letzterer Ebene die Form

$$M\sqrt{3} \,.\, x + Ny = Q\,,$$

so darf man in (7) nur M für A'' und N für a'' setzen, und die Glieder $Aa' - A'a$ weglassen. Man erhält hiedurch die Gleichung

$$(A - A')\,N - (a - a')\,M = 0.$$

Wie man leicht findet, ist der numerische Werth von M die Einheit, und jener von $N = 3$, und zwar haben M und N einerlei oder verschiedene Zeichen, je nachdem die Axenkante, welcher die Combinationskante parallel läuft, scharf oder stumpf ist, vorausgesetzt, daſs man die Stellung der Gestalt und die Lage der Fläche, zu welcher diese Axenkante gehört, als die normale, d. h. als diejenige, in Bezug auf welche A und a positiv erscheinen, betrachtet. Es besteht demnach die Gleichung

$$3\,(A - A') \mp (a - a') = 0\,,$$

wobei das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem der Parallelismus der Combinationskante mit der scharfen oder mit der stumpfen Axenkante der in normaler Stellung befindlichen Gestalt Statt findet, und die Zeichen der auf die andere Gestalt sich beziehenden Grössen nach Maſsgabe der Stellung dieser Gestalt, den oben ertheilten Vorschriften gemäſs, modificirt werden müssen. Diese Gleichung umfaſst die im §. 145 des Grundrisses der Mineralogie vorgetragenen Sätze II. 4—7; III. 2; IV. 5; V. 1—2 insgesammt.

10.

Wendet man die Gleichung (4) auf drei einfache Gestalten des *pyramidalen* Systems, welchen gleichschenklige vierseitige Pyramiden von einerlei horizontaler Projection zu Grunde liegen, an, so erhält man für den Fall, dafs diese Gestalten sich in paralleler Stellung befinden, und die an einerlei Seiten derselben liegenden und zu gleichnamigen Spitzen gehörenden Flächen parallele Combinationskanten hervorbringen, zwischen den Abmessungen genannter Gestalten, der Gleichung (2) gemäfs, die Gleichung

$$A a' - A' a + A' a'' - A'' a' + A'' a - A a'' = 0, \quad . \quad (8)$$

worin die Buchstaben A, a, A', a', A'', a'', abgesehen von den ihre Beziehung auf verschiedene Gestalten ausdrückenden Accenten, die in 4. festgesetzte Bedeutung haben.

Diese Gleichung stimmt der Form nach mit der für die rhomboëdrischen Gestalten gefundenen Gleichung (7) gänzlich überein, allein bei ihrer Anwendung auf Flächen, welche von ungleichnamigen Spitzen ausgehen, oder zu Gestalten gehören, welche gegenseitig in diagonaler Stellung stehen, müssen die Werthe von A, a auf eine andere Weise modificirt werden. Tritt nämlich der erstere Umstand ein, so müssen die Zeichen derjenigen unter den durch A und a vorgestellten Gröfsen, welche den von der normalen Lage abweichenden Flächen entsprechen, geändert werden; wegen des letzteren Umstandes aber mufs für die in diagonaler Stellung befindliche Gestalt A in $\frac{A+a}{\sqrt{2}}$, und a in $\frac{A-a}{\sqrt{2}}$ verwandelt werden, wie diefs aus 4. hinreichend erhellet, und durch die für diese Fälle besonders geführte Rechnung bestätiget wird.

Man kann zur gröfseren Einfachheit der Rechnung

immer die Stellung der mittelst der Gleichung (8) zu bestimmenden Gestalt als die normale betrachten. Bezieht man die Gröſsen A'', a'' auf diese Gestalt, und stehen die beiden anderen Gestalten gegen erstere in diagonaler Stellung, so kömmt der Ausdruck

$$\left(\frac{A+a}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{A'-a'}{\sqrt{2}}\right)-\left(\frac{A'+a'}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{A-a}{\sqrt{2}}\right)=-Aa'+A'a$$

an die Stelle der beiden ersten Glieder $Aa' - A'a$ in der Gleichung (8); eine Bemerkung, von welcher man, wenn man es der Bequemlichkeit der Rechnung zuträglich findet, Gebrauch machen kann.

Daſs man überdieſs, wenn man es mit gleichschenkligen vierseitigen Pyramiden zu thun hat, $A=a$; ferner für ein ungleichwinkliges achtseitiges Prisma, ohne Änderung des Quotienten $\frac{A}{a}$, $A=\infty$, $a=\infty$, für ein rechtwinkliges vierseitiges Prisma $A=a=\infty$, und für eine die Axe senkrecht treffende Ebene $A=a=0$ zu setzen habe, geht aus 4. unmittelbar hervor.

11.

Mit den *zweifachen* pyramidalen Combinationen verfahren wir eben so, wie wir in 9. die binären rhomboëdrischen Combinationen behandelten.

I. Bringen zwei einfache pyramidale Gestalten horizontale Combinationskanten zum Vorschein, so können wir eine auf ihre gemeinschaftliche Axe senkrechte Ebene dazu gesellen, und die Gleichung (8) anwenden. Beziehen wir A'' und a'' auf erwähnte Ebene, so haben wir $A''=a''=0$, mithin, wenn beide Gestalten sich in paralleler Stellung befinden,

$$Aa' - A'a = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{A'}{a'} = \frac{A}{a}.$$

Stehen hingegen diese Gestalten diagonal gegen einander, so schreibe man $\frac{A+a}{\sqrt{2}}$ statt A, und $\frac{A-a}{\sqrt{2}}$ statt a.

Man erhält hiedurch

$(A + a)\, a' - A'(A - a) = 0$ oder $\frac{A'}{a'} = \frac{A + a}{A - a}$.

Hiebei ist zu bemerken, dafs wenn $\frac{A}{a} \gtrless 1 + \sqrt{2}$ ist, $\frac{A + a}{A - a} \lessgtr 1 + \sqrt{2}$ ausfällt.

Will man a' durch A und a unter der Voraussetzung ausdrücken, dafs die ungleichschenkligen achtseitigen Pyramiden, zu welchen diese Gröfsen gehören, einander ähnlich sind, und die gleichschenkligen vierseitigen Pyramiden, aus welchen erstere abgeleitet wurden, einerlei horizontale Projectionen besitzen, so bedenke man, dafs in diesem Falle das Verhältnifs von A zu A' jenem der Linien MC und MB (Fig. 3) gleich kommt, mithin $A' = \frac{A + a}{\sqrt{2}}$ ist, woraus $a' = \frac{A - a}{\sqrt{2}}$ folgt. Man kommt zu diesen Werthen von A' und a' auch, wenn man die Gleichungen correspondirender Flächen der zwei ungleichschenkligen achtseitigen Pyramiden für einerlei horizontale Projection der gleichschenkligen vierseitigen Pyramiden, nämlich

$$A'\sqrt{2} \,.\, x + a'\sqrt{2} \,.\, y + 2pz = pA'$$

und $$(A + a)x + (A - a)y + 2pz = pA,$$

mit Rücksicht auf den unter obiger Voraussetzung nothwendig vorhandenen Parallelismus beider Flächen betrachtet, denn daraus folgt unmittelbar

$$A'\sqrt{2} = A + a \quad \text{und} \quad a'\sqrt{2} = A - a.$$

Hieraus erhellet, wie eine ungleichschenklige achtseitige Pyramide, bei welcher $\frac{A}{a} < 1 + \sqrt{2}$ ist, in eine andere, für welche $\frac{A}{a} > 1 + \sqrt{2}$ erscheint, verwandelt werden kann (vergl. Grundr. d. Mineral. Vorr. XVI.). so dafs es erlaubt ist, bei der Construction jeder un-

gleichschenkligen achtseitigen Pyramide das Letztere vorauszusetzen.

II. Frägt man nach dem Verhältnisse einer gleichschenkligen vierseitigen Pyramide zu einer ungleichschenkligen achtseitigen, damit die Flächen der ersteren in Combination mit letzterer als Rhomben erscheinen, so bringe man mit diesen Gestalten, in so ferne man der vierseitigen Pyramide die normale Stellung zuschreibt, noch das gegen dieselbe in diagonaler Stellung befindliche Prisma $[P + \infty]$ in Verbindung. Bezieht man A', a' auf die vierseitige Pyramide, und A'', a'' auf das Prisma, so hat man in der Gleichung (8) $A' = a'$ zu setzen, die Nulle für a'', und ∞ für A'' zu schreiben. Hiedurch ergibt sich, wenn beide Pyramiden parallel stehen, $a = a'$, was auch aus der Construction einer ungleichschenkligen achtseitigen Pyramide von selbst folgt. Stehen die Pyramiden in diagonaler Stellung, so darf man in dem so eben gefundenen Resultate nur $\frac{A - a}{\sqrt{2}}$ an die Stelle von a bringen. Man hat sodann $\frac{A - a}{\sqrt{2}} = a'$, folglich $A = a'\sqrt{2} + a$ *).

III. Ist die Combinationskante der Flächen zweier pyramidaler Gestalten einer der an diesen Flächen liegenden Axenkanten parallel, so betrachte man die Stellung der Gestalt, zu welcher diese Axenkante gehört,

*) Die Übereinstimmung dieses Resultates mit dem in I. gewonnenen erklärt sich, wenn man bedenkt, dafs eine ungleichschenklige achtseitige Pyramide, an welcher die Flächen einer gleichschenkligen vierseitigen als Rhomben erscheinen, aus letzterer abgeleitet werden kann, und zwar so, dafs $\frac{A}{a} >$ oder $< 1 + \sqrt{2}$ ist, je nachdem die Rhomben an den scharfen oder an den stumpfen Axenkanten der achtseitigen Pyramide liegen.

und auf welche sich die Gröfsen A, a beziehen sollen, als die normale. Man kann zu den beiden Flächen noch eine, ihrer gemeinschaftlichen Axe und der so eben genannten Axenkante zugleich parallele Ebene hinzufügen, welche, je nachdem jene Axenkante eine stumpfe oder eine scharfe ist, als eine Fläche von $[P + \infty]$ oder von $P + \infty$ erscheint, und zwar im ersten Falle durch die Gleichung $y = Q$, und im zweiten durch die Gleichung $x - y = Q$ ausgedrückt wird. Wendet man die Gleichung (2) auf die hier zu betrachtenden Flächen an, so hat man, wenn die combinirten Gestalten sich in paralleler Stellung befinden, für den Parallelismus der Combinationskante mit der oben bestimmten stumpfen Axenkante

$$A' = A,$$

und für den Parallelismus der Combinationskante mit der scharfen Axenkante

$$A' + a' = A + a.$$

Steht aber die Gestalt, zu welcher A', a' gehören, gegen die andere in diagonaler Stellung, so ist für den Parallelismus der Combinationskante mit der stumpfen Axenkante der in normaler Stellung befindlichen Gestalt

$$\frac{A' + a'}{\sqrt{2}} = A \quad \text{oder} \quad A' + a' = A\sqrt{2},$$

und für den Parallelismus der Combinationskante mit der scharfen Axenkante genannter Gestalt

$$A'\sqrt{2} = A + a.$$

Über alle hier betrachteten Fälle vergleiche man den §. 149 des Grundrisses der Mineralogie.

12.

Die allgemeine Gleichung zur Entwickelung dreifacher mit parallelen Combinationskanten versehener pris-

matischer Combinationen ist, wie aus 5. und 2. erhellet:

$$\left.\begin{array}{r} \frac{1}{a\,b'\,c''} + \frac{1}{a'\,b''\,c} + \frac{1}{a''\,b\,c'} \\ - \frac{1}{a\,b''\,c'} - \frac{1}{a'\,b\,c''} - \frac{1}{a''\,b'\,c} \end{array}\right\} = 0, \quad . \quad (9)$$

worin a, a', a'' die Axen, und b, b', b''; c, c', c'' die Diagonalen der Basen der combinirten Gestalten vorstellen, welche Gröſsen, in so ferne die sich begegnenden Flächen nicht übereinstimmende Lagen haben, mit verschiedenen Zeichen zu belegen sind, worüber sich durch einen Blick auf die zu untersuchende Krystallgestalt leicht entscheiden läſst. Um Ordnung in der Rechnung zu handhaben, ist es gut, die Buchstaben b und c stets in bestimmtem Sinne zu gebrauchen, so daſs diejenige Diagonale der Basis einer ungleichschenkligen vierseitigen Pyramide, welche mit der gröſseren Diagonale der Basis der Grundgestalt des prismatischen Systems einerlei Lage hat, immer durch b, und die andere Diagonale immer durch c vorgestellt wird. Endlich ist es der Einfachheit der Rechnung zuträglich, dieselbe mit den *reciproken* Werthen der Gröſsen a, b, c, u. s. w., nämlich mit den Brüchen $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, u. s. w. zu führen. Setzen wir deſshalb $\frac{1}{a} = \alpha$, $\frac{1}{b} = \beta$, $\frac{1}{c} = \gamma$, $\frac{1}{a'} = \alpha'$, $\frac{1}{b'} = \beta'$ u. s. w., so haben wir es mit der Gleichung

$$\left.\begin{array}{r} \alpha\beta'\gamma'' + \alpha'\beta''\gamma + \alpha''\beta\gamma' \\ - \alpha\beta''\gamma' - \alpha'\beta\gamma'' - \alpha''\beta'\gamma \end{array}\right\} = 0 \quad . \quad (10)$$

zu thun. Da es sich nicht um die Angabe der absoluten Werthe der Dimensionen der in einer Krystallgestalt combinirten einfachen Gestalten handelt, so kann man entweder die durch c, c', c'' oder die durch b, b', b'' bezeichneten Diagonalen einander gleich setzen, wodurch im ersten Falle γ, γ', γ'', und im zweiten β,

β', β'' aus der Gleichung (10) hinausgehen, also für jede einfache Gestalt eigentlich nur zwei Gröfsen in Betrachtung zu ziehen sind.

13.

Als Beispiel zur Erläuterung des von der Gleichung (10) zu machenden Gebrauches diene die Entwickelung der durch die 6te Figur vorgestellten, dem *prismatischen Distom-Spathe* gehörenden *hemiprismatischen* Combination, mit welcher sich Herr Professor *Mohs* am a. O. beschäftiget hat.

An derselben zeigt sich erstlich a als eine auf die (in verticaler Stellung befindliche prismatische) Hauptaxe der Krystallgestalt senkrechte Ebene, welcher das krystallographische Zeichen $P - \infty$ entspricht. Betrachtet man ferner die ungleichschenklige vierseitige Pyramide, zu welcher die Fläche b gehört, als die Grundgestalt P, so ist die durch die Flächen c, c' begrenzte Gestalt, wegen der horizontalen Combinationskanten mit der Grundgestalt, das zu ihr gehörende verticale Prisma $P + \infty$, und die Ebene d, welche die stumpfe Axenkante der Grundgestalt berührt, eine Fläche des der kleineren Diagonale derselben correspondirenden horizontalen Prismas $\overline{Pr}$.

Wenden wir uns nun zur Bestimmung der Gestalten, zu denen die übrigen Flächen der zu entwickelnden Combination gehören (welche Gestalten wir der Kürze wegen vor der Hand mit den Buchstaben nennen wollen, die in der Figur an ihren Flächen erscheinen), und stellen wir die der Grundgestalt entsprechenden Werthe von α, β, γ durch $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, ihre Axe aber und die beiden Diagonalen ihrer Basis durch a, b, c vor.

I. *Bestimmung des* an der gröfseren Diagonale der Grundgestalt liegenden *horizontalen Prismas* e.

Die Ebenen e, b, c′ bringen mit einander parallele Durchschnittslinien hervor.

Wir haben für b: $\alpha = \mathfrak{a}$, $\beta = \mathfrak{b}$, $\gamma = \mathfrak{c}$,
» c′: $\alpha' = o$, $\beta' = -\mathfrak{b}$, $\gamma' = \mathfrak{c}$,
» e: $\beta'' = \mathfrak{b}$, $\gamma'' = o$.

Hiedurch ergibt sich, der Gleichung (10) gemäſs:

$$\alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} + \alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} - \mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c} = o,$$

also $2\alpha'' - \mathfrak{a} = o$, d. h. $\alpha'' = \frac{1}{2}\mathfrak{a}$,

und demnach $a'' = 2a$.

Das krystallographische Zeichen der Gestalt e, welche nur mit der halben Anzahl ihrer Flächen in der Combination erscheint, ist also $\frac{\breve{Pr}+1}{2}$.

II. *Bestimmung der Gestalt* f. Sie ist ein an der kleineren Diagonale der Grundgestalt liegendes *horizontales Prisma*. Die Fläche f bringt mit b und c′ parallele Combinationskanten hervor.

Es ist für b: $\alpha = \mathfrak{a}$, $\beta = \mathfrak{b}$, $\gamma = \mathfrak{c}$,
» c′: $\alpha' = o$, $\beta' = -\mathfrak{b}$, $\gamma' = \mathfrak{c}$,
» f: $\beta'' = o$, $\gamma'' = \mathfrak{c}$,

wodurch nach (10) die Gleichung

$$-\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c} + \alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} + \alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} = o \quad \text{oder} \quad 2\alpha'' - \mathfrak{a} = o$$

entsteht, aus welcher

$$\alpha'' = \tfrac{1}{2}\mathfrak{a} \quad \text{und} \quad a'' = 2a$$

folgt. Das krystallographische Zeichen der Gestalt f ist demnach $\bar{Pr} + 1$.

III. *Bestimmung der* in der Combination mit der halben Anzahl ihrer Flächen erscheinenden *Pyramide* g.

Die Fläche g liegt mit parallelen Combinationskanten sowohl zwischen b und c′, als auch zwischen d und c.

In Bezug auf die erste Lage ist

$$\text{für b: } \alpha = \mathfrak{a}, \quad \beta = \mathfrak{b}, \quad \gamma = \mathfrak{c},$$
$$\text{» c}': \alpha' = 0, \quad \beta' = -\mathfrak{b}, \quad \gamma' = \mathfrak{c},$$
$$\text{» g: } \gamma'' = \mathfrak{c},$$

wodurch sich die Gleichung

$$-\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c} + \alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} - \mathfrak{a}\beta''\mathfrak{c} + \alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} = 0$$

oder $2\alpha''\mathfrak{b} = \mathfrak{a}(\mathfrak{b} + \beta'')$ ergibt.

In Bezug auf die zweite Lage haben wir

$$\text{für d: } \alpha = \mathfrak{a}, \quad \beta = 0, \quad \gamma = \mathfrak{c},$$
$$\text{» c: } \alpha' = 0, \quad \beta' = \mathfrak{b}, \quad \gamma' = \mathfrak{c},$$

mithin $\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c} - \mathfrak{a}\beta''\mathfrak{c} - \alpha''\mathfrak{b}\mathfrak{c} = 0$,

d. h. $\alpha''\mathfrak{b} = \mathfrak{a}(\mathfrak{b} - \beta'')$.

Wird diese Gleichung mit der oberen verbunden, so erhalten wir

$$\mathfrak{b} + \beta'' = 2(\mathfrak{b} - \beta''),$$

also $\beta'' = \frac{1}{3}\mathfrak{b}$, und hieraus $\alpha'' = \frac{2}{3}\mathfrak{a}$,

weſswegen $b'' = 3b$, $a'' = \frac{3}{2}a = 3 \cdot \frac{a}{2}$ ist, und, da wir zugleich $c'' = c$ haben, der Gestalt g das krystallographische Zeichen $\frac{(\bar{P} - 1)^3}{2}$ zukommt.

IV. *Bestimmung der* in der Combination mit der halben Anzahl ihrer Flächen erscheinenden *Pyramide* h.

Die Fläche h liegt erstlich zwischen d und c mit parallelen Combinationskanten, und deſshalb gilt, wenn man $\gamma'' = \mathfrak{c}$ setzt, auch für sie die in III. gefundene Gleichung

$$\alpha''\mathfrak{b} = \mathfrak{a}(\mathfrak{b} - \beta'').$$

Eine aufmerksame Betrachtung der zu entwickelnden Krystallgestalt lehrt ferner, daſs eine durch die Combinationskante der Flächen h und f der Hauptaxe parallel gelegte Ebene auf der gröſseren Diagonale der Grundgestalt senkrecht steht; hieraus folgt, daſs die Flächen h und f mit den Flächen $\breve{P}r + \infty$ parallele Combina-

tionskanten erzeugen. Setzen wir nun

für f: $\alpha = \frac{1}{2}a$, $\beta = 0$, $\gamma = c$,

» $\breve{P}r + \infty$: $\alpha' = 0$, $\beta' = b$, $\gamma' = 0$,

» h: $\gamma'' = c$,

so haben wir $\frac{1}{2}abc - \alpha''bc = 0$,

also $\alpha'' = \frac{1}{2}a$, und deſshalb $\beta'' = \frac{1}{2}b$,

woraus $a'' = 2a$ und $b'' = 2b$ folgt.

Das krystallographische Zeichen für die Gestalt h ist diesem gemäſs $\frac{(\bar{P})^2}{2}$.

V. *Bestimmung der* in der Combination mit der halben Anzahl ihrer Flächen erscheinenden *Pyramide* i.

Die Fläche i bringt erstens mit b und d, zweitens mit c′ und h′ parallele Combinationskanten hervor.

Wir setzen also

für b: $\alpha = a$, $\beta = b$, $\gamma = c$,

» d: $\alpha' = a$, $\beta' = 0$, $\gamma' = c$,

» i: $\gamma'' = c$,

und erhalten die Gleichung

$$a\beta''c + \alpha''bc - a\beta''c - abc = 0,$$

welche $\alpha'' = a$ gibt.

Ferner setzen wir, da die Flächen c′, h′, i an derselben Seite der Krystallgestalt liegen, jedoch h′ und i zu entgegengesetzten Spitzen der Hauptaxe gehören,

für c′: $\alpha = 0$, $\beta = b$, $\gamma = c$,

» h′: $\alpha' = -\frac{1}{2}a$, $\beta' = \frac{1}{2}b$, $\gamma' = c$,

woraus

$$-\tfrac{1}{2}a\beta''c + \alpha''bc + \tfrac{1}{2}abc - \tfrac{1}{2}\alpha''bc = 0,$$

also $\beta'' = 2b$ folgt.

Wir haben dem gemäſs $a'' = a$, $b'' = \frac{1}{2}b$, $c'' = c$, wofür wir auch $a'' = 2a$, $b'' = b$, $c'' = 2c$ schreiben

dürfen, und somit für die Gestalt i das krystallographische Zeichen $\frac{(\breve{P})^2}{2}$ erhalten.

VI. Durch die Gestalt i wird auch das verticale Prisma l, welches an i mit horizontalen Combinationskanten liegt, bestimmt. Das krystallographische Zeichen desselben ist offenbar $(\breve{P} + \infty)^2$.

VII. *Bestimmung der* mit der halben Anzahl der Flächen vorhandenen *Pyramide* k.

Die Fläche k bringt erstlich mit i und c′, und zweitens mit f und $\breve{Pr} + \infty$ parallele Combinationskanten hervor.

Es ist, weil die Flächen c′, i, k sich an derselben Seite der Krystallgestalt befinden,

$$\begin{array}{llll} \text{für } c': & \alpha = 0, & \beta = b, & \gamma = c \\ \text{» } i: & \alpha' = a, & \beta' = 2b, & \gamma' = c \\ \text{» } k: & \gamma'' = c & & \end{array}$$

zu setzen, wodurch man die Gleichung

$$a\beta''c + \alpha''bc - abc - 2\alpha''bc = 0$$

$$\text{oder} \quad a\beta'' = (\alpha'' + a)\,b \quad \text{findet.}$$

Ferner ergibt sich, wegen der Lage der Fläche k gegen f und $\breve{Pr} + \infty$, wie in IV.

$$\alpha'' = \tfrac{1}{2}a,$$

$$\text{daher ist} \quad \beta'' = \tfrac{3}{2}b,$$

$$\text{mithin} \quad a'' = 2a, \quad b'' = \tfrac{2}{3}b, \quad c'' = c,$$

wofür man

$$a'' = \tfrac{3}{2}\,.\,2a, \quad b'' = b, \quad c'' = \tfrac{3}{2}c$$

setzen darf, und dadurch für die Gestalt k das krystallographische Zeichen $(\breve{P} + 1)^{\frac{3}{2}}$ erhält.

Da die Lage der Flächen der Gestalten i und k in der betrachteten Combination der Lage der Flächen der

Grundgestalt b entgegengesetzt ist, so wird dieser Umstand von Herrn Prof. *Mohs* sehr schicklich durch das den krystallographischen Zeichen ersterer Flächen vorgesetzte Zeichen — angezeigt.

Man kann die verschiedenen Pyramiden auch auf die von Herrn Prof. *Mohs* bei der Ableitung der Gestalten des prismatischen Systemes gebrauchte Hilfsgestalt, welche im Allgemeinen eine Combination der beiden horizontalen Prismen $\overset{\smile}{Pr} + n$ und $\overline{Pr} + n$ ist, beziehen, und dieser Beziehung gemäſs bezeichnen. Zur Umstaltung der einen Bezeichnung in die andere dient die im Grundrisse der Mineralogie, Vorr. XV, gegebene Formel

$$(\overline{Pr} + n)^m = (m - 1) \,.\, (\overline{Pr} + n)^{\frac{m+1}{m-1}},$$

welche ebenfalls gilt, wenn man $\overset{\smile}{Pr}$ an die Stelle von $\overline{Pr}$ bringt.

Es ist demnach

$$(\bar{P} - 1)^3 = 2 \,.\, (\overline{Pr} - 1)^2 = (\overline{Pr})^2,$$

$$(\bar{P})^2 = (\overline{Pr})^3,$$

$$(\breve{P})^2 = (\overset{\smile}{Pr})^3,$$

$$(\breve{P} + \infty)^2 = (\overset{\smile}{Pr} + \infty)^3,$$

$$(\breve{P} + 1)^{\frac{3}{2}} = \tfrac{1}{2} \,.\, (\overset{\smile}{Pr} + 1)^5 = (\overset{\smile}{Pr})^5,$$

worunter man die in der öfter angeführten Abhandlung gebrauchten Zeichen antrifft.

14.

Aus den Gleichungen für die Flächen der in eine Combination verwebten Gestalten erhält man auf dem einfachsten Wege sogleich die Cosinusse der Combinationskanten, für welche Herr Prof. *Mohs* gleichfalls Formeln gegeben hat; denn die analytische Geometrie beweist, daſs, wenn

$$Mx + Ny + Pz = Q,$$
$$M'x + N'y + P'z = Q'$$

die Gleichungen zweier Ebenen in Bezug auf *rechtwinklige* Coordinaten sind, der Cosinus des von denselben gebildeten Winkels durch

$$\frac{MM' + NN' + PP'}{\sqrt{M^2 + N^2 + P^2} \cdot \sqrt{M'^2 + N'^2 + P'^2}}$$

ausgedrückt wird. Schiefwinklige Coordinaten lassen sich aber bekanntlich sehr leicht in rechtwinklige umsetzen, was uns hier der Mühe überhebt, auch die für erstere unmittelbar geltende Formel anzuführen, und wir schliefsen diesen Aufsatz mit dem Wunsche, dafs die umfassenden Methoden der analytischen Geometrie in der Einfachheit, deren sie fähig sind, allgemeiner als es bis jetzt geschehen zu seyn scheint, bei krystallographischen Untersuchungen benützt werden möchten.

II.

Über den Grad der Genauigkeit, welche bei Ausziehung der Wurzeln aus bestimmten Zahlen mittelst der binomischen Reihe und der *Lambert*'schen Formel erreicht wird;

vom

Professor *L. C. Schulz v. Strasznicki* zu Laibach.

Zur erschöpfenden Kenntnifs einer Rechnungsmethode gehört auch eine detaillirte Betrachtung über den Grad der Genauigkeit, den jeder Schritt der Rechnung gewährt; daher ist es die Aufgabe des gegenwärtigen Aufsatzes, zu zeigen, wie viel neue Decimalen zu den

bereits richtig bestimmten man mittelst der beiden oben genannten Rechnungsmittel erhält.

Es sey ω ein Näherungswerth von $\sqrt[m]{N}$, wobei ich N gröſser als Eins voraussetze, daher auch $\omega > 1$ ist. Nennen wir ferner $N - \omega^m = x$, so ist

$$N = \omega^m + x, \quad \text{also} \quad \sqrt[m]{N} = (\omega^m + x)^{\frac{1}{m}},$$

daher bekanntlich:

$$\sqrt[m]{N} = \omega \left[1 + \frac{1}{m} \cdot \frac{x}{\omega^m} + \frac{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{m} - 1\right)}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{x}{\omega^m}\right)^2 + \frac{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{m} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{m} - 2\right)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left(\frac{x}{\omega^m}\right)^3 + \ldots \text{etc.} \right].$$

Sobald $x < m\omega^m$ ist, wird die vorliegende Reihe convergiren, und durch Anwendung derselben erhält man einen genauern Werth von $\sqrt[m]{N}$, als man bereits hat. Allein die Gröſse der Convergenz wird von m, und hauptsächlich von x abhängen, folglich von der Genauigkeit, mit der der Näherungswerth ω bestimmt worden ist. Wir wollen nun annehmen, ω stelle die $\sqrt[m]{N}$ in n Decimalen genau dar, so ist

$$\sqrt[m]{N} - \omega < \frac{1}{10^n}, \quad \text{also} \quad \sqrt[m]{N} < \omega + \frac{1}{10^n}.$$

Wir wissen ferner, daſs

$$x = N - \omega^m, \quad \text{also} \quad \frac{x}{\omega^m} = \frac{N}{\omega^m} - 1;$$

$$\text{aber} \quad \frac{\sqrt[m]{N}}{\omega} < 1 + \frac{1}{\omega \cdot 10^n}, \quad \text{daher}$$

$$\frac{N}{\omega^m} < \left[1 + \frac{1}{\omega \cdot 10^n}\right]^m, \quad \text{und folglich}$$

$$\frac{x}{\omega^m} < \left[1 + \frac{1}{\omega \cdot 10^n}\right]^m - 1, \quad \text{also}$$

$$\frac{x}{\omega^m} < \frac{m}{\omega \cdot 10^n} + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot 10^n} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{\omega^3 \cdot 10^{3n}} + \ldots \text{etc.}$$

$$\frac{1}{m} \cdot \frac{x}{\omega^m} < \frac{1}{10^n}\left[\frac{1}{\omega} + \frac{m-1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot 10^n} + \frac{(m-1)(m-2)}{2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{\omega^3 \cdot 10^{2n}} + \ldots \text{etc.}\right].$$

Soll nun $\frac{1}{m} \cdot \frac{x}{\omega^m} < \frac{1}{10^n}$ werden, so mufs nothwendig der eingeklammerte Ausdruck kleiner als 1 seyn. Der Ausdruck innerhalb der Klammern ist aber, wie man leicht sieht, nichts anders als

$$\left[\left(1 + \frac{1}{\omega \cdot 10^n}\right)^m - 1\right] \frac{10^n}{m};$$

damit nun dieser kleiner als Eins werde, mufs

$$\omega > \frac{1}{10^n\left[\sqrt[m]{\left(1 + \frac{m}{10^n}\right)} - 1\right]} \quad \text{oder}$$

$$N > \left(\frac{1}{10^n\left[\sqrt[m]{\left(1 + \frac{m}{10^n}\right)} - 1\right]}\right)^m$$

seyn. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist $\frac{1}{m} \cdot \frac{x}{\omega^m} < \frac{1}{10^n}$, folglich

$$\frac{1}{m^2} \cdot \left(\frac{x}{\omega^m}\right)^2 < \frac{1}{10^{2n}}, \quad \frac{1}{m^3} \cdot \left(\frac{x}{\omega^m}\right)^3 < \frac{1}{10^{3n}} \quad \text{u. s. w.}$$

Es ist aber

$$\frac{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{m} - 1\right)}{1 \cdot 2} < \frac{1}{m^2}, \quad \frac{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{m} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{m} - 2\right)}{1 \cdot 2 \cdot 3} < \frac{1}{m^3}$$

u. s. f.; daher ist in diesem Falle das zweite Glied der

binomischen Reihe $< \frac{1}{10^n}$, das dritte kleiner als $\frac{1}{10^{2n}}$, und allgemein das $(r+1)^{te}$ kleiner als $\frac{1}{10^{nr}}$.

Ist also ω in n Decimalstellen richtig, so erhält man, unter der angeführten Bedingung, durch Berechnung des zweiten Gliedes allein $2n$, d. i. doppelt so viel richtige Stellen, als man bereits hat. Berechnet man nach und nach das dritte, vierte, u. s. f. das $(r)^{te}$ Glied, so erhält man $3n$, $4n$, . . . rn richtige Decimalstellen.

Wir wollen nun unsere Aufmerksamkeit auf die zwei Gröſsen richten, welche ω und N übersteigen müssen, damit der eben bezeichnete Grad der Genauigkeit sicher eintrete.

Es sey *erstens* $m=2$, d. i. der Fall der Ausziehung der Quadratwurzel, so muſs

$$\omega > \frac{1}{10^n \left[\sqrt{\left(1+\frac{2}{10^n}\right)}-1\right]}$$

seyn; dieſs gibt

für $n=1$ als Bedingung $\omega > 1{\cdot}04772$ oder $N > 1{\cdot}09771$,
» $n=2$ » » $\omega > 1{\cdot}00049$ » $N > 1{\cdot}00098$,
» $n=3$ » » $\omega > 1{\cdot}00006$ » $N > 1{\cdot}00012$.

Man ersieht hier leicht, daſs, je gröſser n wird, desto weniger N von der Einheit zu differiren braucht.

Es sey *zweitens* $m=3$, d. i. der Fall der Ausziehung der Kubikwurzel, so hat man

für $n=1$ als Bedingung $\omega > 1{\cdot}0941$ oder $N > 1{\cdot}30969$.

Eben so

für $m=4$ und $n=1$: $\omega > 1{\cdot}1395$ oder $N > 1{\cdot}6859$,
und » $m=5$ » $n=1$: $\omega > 1{\cdot}18389$ » $N > 2{\cdot}3258$;
schlieſslich » $m=10$ » $n=1$: $\omega > 1{\cdot}3933$ » $N > 27.576$.

Nehmen wir nun den brauchbarsten Fall vor, nämlich $n=6$, da man mittelst der Logarithmentafeln gewöhnlich jede Wurzel auf sechs Decimalstellen bestimmen kann; es muſs also

$$\omega > \frac{1}{10^6\left[\sqrt[m]{\left(1+\frac{m}{10^6}\right)}-1\right]}$$

seyn. Diefs gibt

für $m = 100$	als Bedingung	$\omega > 1\cdot000036$ oder $N > 1\cdot00336$,
» $m = 1000$		$\omega > 1\cdot000489$ » $N > 1\cdot6308$,
» $m = 10000$		$\omega > 1.0004$ » $\lg. N > 17.337$,
» $m = 100000$		$\omega > 1\cdot049201$ » $\lg. N > 2085\cdot83$.

Ich glaube hier nicht ganz Unrecht zu thun, wenn ich anführe, wie ich die letzten Werthe von ω berechnet habe, da die gewöhnlichen Logarithmentafeln nicht mehr zureichen. — Ich bediente mich dazu der Potenztafel von 10, die *Kramp* in seinen Anfangsgründen der Rechenkunst, Köln 1808, pag. 349 mittheilt. Dieselbe Tafel findet sich auch in *Lacroix Élémens d'Algèbre, 13me édit., Paris* 1820, *pag.* 339, wobei bemerkt ist, dafs *Dodson* in seinem *anti-logarithmic-canon* eine ausgedehnte Tafel liefere.

Um $\sqrt[100]{1\cdot0001}$ zu finden, verfuhr ich folgender Mafsen.

Nach den *Vega*'schen Logarithmentafeln ist

$$\lg.\ 1\cdot0001 = 0\cdot0000434.$$

Da ich nun den Logarithmus in mehr als sieben Decimalstellen brauchte, suchte ich mir aus der Potenztafel folgende Gröfsen:

$$10^{0\cdot00004} = 1\cdot0000921076,$$
$$10^{0\cdot000003} = 1\cdot0000069077,$$
$$10^{0\cdot0000004} = 1\cdot0000009210.$$

Diese drei Gröfsen mit einander multiplicirt, wobei man nichts anders zu thun hat, als die Decimalstellen zu addiren, geben

$$10^{0\cdot0000434} = 1\cdot0000999363,$$

also eine Zahl, < als 1·0001; dividire ich nun letztere Zahl durch die vorhergehende, so bekomme ich 1·0000000637; diese durch die nächst kleinere Zahl in der Tafel, nämlich $10^{0·00000002} = 1·0000000460$, dividirt, gibt 1·0000000177. Diese wird wieder durch die nächst kleinere Zahl in der Tafel dividirt, nämlich durch $10^{0·000000007} = 1·0000000161$ u. s. w., so daſs ich zuletzt bekomme

$$1·0001 = 10^{0·0000434277}, \quad \text{also}$$

$$\text{lg.} \sqrt[100]{1·0001} = 0·000000434277.$$

Nun ist aber

$$10^{\frac{4}{10^7}} = 1·\ 000\ 000\ 921\ 038\ 6,$$

$$10^{\frac{3}{10^8}} = 1·\ 000\ 000\ 069\ 077\ 8,$$

$$10^{\frac{4}{10^9}} = 1·\ 000\ 000\ 009\ 210\ 4,$$

$$10^{\frac{2}{10^{11}}} = 1·\ 000\ 000\ 000\ 460\ 5,$$

$$10^{\frac{7}{10^{12}}} = 1·\ 000\ 000\ 000\ 161\ 1,$$

$$10^{\frac{7}{10^{13}}} = 1·\ 000\ 000\ 000\ 016\ 1,$$

---

folglich $\sqrt[100]{1·0001} = 1·\ 000\ 000\ 999\ 964\ 5,$

daher $10^6 [\sqrt[100]{1·0001} - 1] = 0·9999645.$

Ich glaube, diese Methode empfiehlt sich durch ihre Leichtigkeit sowohl als durch ihre Richtigkeit; es wäre daher die *Kramp*'sche Potenztafel eine recht passende Zugabe zu den gewöhnlichen Logarithmentafeln *).

Aus dem Vorhergehenden ersieht man, welche Grenze eine Zahl übersteigen muſs, damit die Wurzel

---

*) *Salomon's* logarithmische Tafeln enthalten dieselbe. (*E.*)

daraus mittelst der binomischen Reihe nach und nach in n, $2n$, $3n$, $4n$ . . . rn Dicimalstellen genau angegeben werden kann. Man sieht neuerdings dadurch, welch ein unschätzbares Gut diese Reihe dem Mathematiker auch in dieser Beziehung ist.

Wir wollen nun zur *Lambert*'schen Formel übergehen, und auch hier den Grad der Annäherung untersuchen. Durch diese Formel erhält man als Näherungswerth der $\sqrt[m]{N}$

$$z = \omega + \frac{2\omega(N - \omega^m)}{(m+1)\omega^m + (m-1)N},$$

wo ω ein bereits genäherter Werth ist; wir wollen gleich annehmen, daſs $\sqrt[m]{N} - \omega < \frac{1}{10^n}$ ist. Ziehen wir nun obige Gleichung von $\sqrt[m]{N} = \sqrt[m]{N}$ ab, so erhalten wir

$$\sqrt[m]{N} - z = \sqrt[m]{N} - \omega - \frac{2\omega(N - \omega^m)}{(m+1)\omega^m + (m-1)N}.$$

Drücken wir der Kürze wegen $\sqrt[m]{N} - \omega$ durch k aus, daher $k < \frac{1}{10^n}$ ist, so haben wir

$$\sqrt[m]{N} = \omega + k, \quad \text{also} \quad N = (\omega + k)^m \quad \text{und}$$

$$\sqrt[m]{N} - z = \sqrt[m]{N} - \omega - \frac{2\omega[(\omega + k)^m - \omega^m]}{(m+1)\omega^m + (m-1)(\omega + k)^m}.$$

Entwickeln wir hier die Potenz des Binoms im Zähler und Nenner, und dividiren wir dann den Zähler durch den Nenner, so bekommen wir

$$\sqrt[m]{N} - z = \sqrt[m]{N} - \omega - k$$
$$+ \frac{m^2 - 1}{3 \cdot 4} \cdot \frac{k^3}{\omega^2} - \frac{(m^2 - 1)m}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{k^4}{\omega^3} + \text{etc.}$$

oder

$$\sqrt[m]{N} - z = \frac{m^2 - 1}{3 \cdot 4} \cdot \frac{k^3}{\omega^2} - \frac{(m^2 - 1)m}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{k^4}{\omega^3} + \ldots \text{etc.}$$

Da nun $k < \frac{1}{10^n}$ ist, so haben wir

$$\sqrt[m]{N} - z < \frac{m^2 - 1}{3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{\omega^2 \cdot 10^{3n}} - \frac{(m^2 - 1)\, m}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{\omega^3 \cdot 10^{4n}} + \text{..etc.}$$

es ist also gewiſs

$$\sqrt[m]{N} - z < \frac{m^2 - 1}{3 \cdot 4 \cdot \omega^2 \cdot 10^{3n}}.$$

Ist hier *erstens* $\frac{m^2 - 1}{3 \cdot 4 \cdot \omega^2} < 1$, so ist $\sqrt[m]{A} - z < \frac{1}{10^{3n}}$, d. h. man bekommt durch Anwendung der *Lambert*'schen Formel *drei Mal* so viel richtige Decimalstellen, als man bereits hat; jedoch, damit dieses geschehe, muſs seyn

$$\omega > \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{m^2 - 1}{3}} \quad \text{oder} \quad N > \left[\tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{m^2 - 1}{3}}\right]^m.$$

Es muſs daher für $m = 2$: $N > \frac{1}{4}$,
» $m = 3$: $N > 0{\cdot}544331$ seyn;

d. h. ziehet man mittelst der *Lambert*'schen Formel aus was immer für einer Zahl, die gröſser als 1 ist, die Quadrat- oder Kubikwurzel aus, so erhält man stets dadurch *drei Mal* so viel richtige Decimalstellen, als man bereits hat.

Für $m = 4$ muſs $N > 1{\cdot}5625 \ldots$
» $m = 5$ » $N > 5{\cdot}6568 \ldots$
» $m = 10$ » $N > 38218{\cdot}13 \ldots$ seyn;

bei der vierten Wurzel erhält man also denselben Grad der Näherung, sobald die Zahl, aus welcher die Wurzel ausgezogen wird, $\overline{\overline{>}}\ 2$ ist.

Wir wollen nun *zweitens* untersuchen, in welchen Fällen man *zwei Mal* so richtige Decimalstellen bekömmt, als man bereits hat.

Wir haben

$$\sqrt[m]{N} - z < \frac{m^2 - 1}{12 \cdot \omega^2 \cdot 10^n} \cdot \frac{1}{10^{2n}};$$

damit wir also den benannten Fall der Annäherung erhalten, muſs seyn:

$$\frac{m^2 - 1}{12 \cdot 10^n \cdot \omega^2} < 1.$$

Zur Herstellung dieser Bedingung muſs entweder, wenn nur $\omega > 1$ ist, $m < \sqrt{12 \cdot 10^n + 1}$, oder es muſs

$N > \left(\frac{m^2 - 1}{12 \cdot 10^n}\right)^{\frac{m}{2}}$ seyn. Dieſs gibt

für $n = 1$: $m < 11$,
» $n = 2$: $m < 34{\cdot}6554$,
» $n = 5$: $m < 1095{\cdot}44$,
» $n = 6$: $m < 3464{\cdot}1 \ldots$
» $n = 7$: $m < 10954{\cdot}4 \ldots$

Ist also $N > 1$ und m kleiner als die bezeichnete Grenze, oder übersteigt N den angeführten Ausdruck, so bekommt man jedenfalls *doppelt* so viel Decimalziffern, als man bereits hat.

Schlieſslich wollen wir die Fälle betrachten, wo man zu den n bereits richtigen noch r richtige erhält; wir haben:

$$\sqrt[m]{N} - z < \frac{m^2 - 1}{12 \cdot \omega^2 \cdot 10^n} \cdot \frac{1}{10^{n-r}} \cdot \frac{1}{10^{n+r}}.$$

In diesem Falle muſs also $\frac{m^2 - 1}{12 \cdot \omega^2 \cdot 10^{2n-r}} < 1$ seyn, daher entweder

$$m < \sqrt{12 \cdot 10^{2n-r} + 1} \text{ oder } N > \left[\frac{m^2 - 1}{12 \cdot \omega^2 \cdot 10^{2n-r}}\right]^{\frac{m}{2}}$$

Eine richtige Stelle bekommt man also noch, wenn

$$m < \sqrt{12 \cdot 10^{2n-1} + 1} \quad \text{ist.}$$

Dieſs gibt für $n = 1$: $m < 11$,
» $n = 2$: $m < 109{\cdot}549$,
» $n = 6$: $m < 109545{\cdot}2$.

Übersteigt nun m diese angegebenen Werthe, und wird N nicht gröſser in einem solchen Falle, als es seyn soll, so bekommt man durch *einmalige* Anwendung der *Lambert's*chen Formel nicht um eine richtige Decimalstelle mehr, da in diesem Falle der Zusatz, den die Formel zu dem bereits genäherten Werthe gibt, zu klein ist; es bleibt in einem solchen Falle nichts übrig, als durch wiederholte Anwendung sich zu nähern.

Vergleichen wir nun beide Rechnungsmethoden mit einander, so finden wir, daſs die *Lambert's*che Formel gewöhnlich einen schnelleren Grad der Annäherung gewährt, als die binomische Reihe. Z. B. hat man nur *eine* richtige Decimalstelle, so muſs bei Ausziehung der Kubikwurzel mittelst der binomischen Reihe $N > 1{\cdot}30969$ seyn, damit das zweite Glied allein schon *noch eine* richtige Stelle gibt, wo hingegen beim Gebrauche der *Lambert's*chen Formel, sobald der Wurzelexponent < 11 ist, N nur gröſser als Eins zu seyn braucht, und man *doppelt* so viel richtige Stellen bekommt, als man bereits hat.

Ferner sieht man, daſs die binomische Reihe nach und nach n, $2n$, $3n$, . . . rn richtige Stellen gibt, wo hingegen die *Lambert's*che Formel bei Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln stets, bei andern Wurzeln, wenn die Zahlen gewisse Werthe überschritten haben,

$$3n,\ 3^2 n,\ 3^3 n,\ 3^4 n,\ \ldots\ 3^r n \quad \text{oder}$$
$$2n,\ 2^2 n,\ 2^3 n,\ \ldots\ 2^r n$$

richtige Stellen gibt. Wo es sich also darum handelt, eine Wurzel in sehr viel Decimalstellen zu entwickeln, hat die *Lambert's*che Formel den Vorzug. Wurzeln in sehr viel Decimalstellen sind zum Beispiele nothwendig bei Darstellung einer Gröſse, wie

$$10^n(\sqrt[n]{A} - a) = B;$$

um nämlich B in r Decimalstellen richtig zu haben, mufs $\sqrt[n]{N}$ in $n + r$ Stellen entwickelt seyn.

Dafs man durch Anwendung der *Lambert*'schen Formel bei Wurzeln des zweiten und dritten Grades *drei Mal* so viel richtige Decimalstellen bekommt, als man bereits hat, läfst sich auf folgende Art zeigen:

Bei Quadratwurzeln haben wir

$$z = \omega + \frac{2\,\omega\,(N - \omega^2)}{3\,\omega^2 + N},$$

daher

$$\sqrt{N} - z = \sqrt{A} - \omega - \frac{2\,\omega\,(N - \omega^2)}{3\,\omega^2 + N} \quad \text{und}$$

$$\frac{\sqrt{N} - z}{\sqrt{N} - \omega} = 1 - \frac{2\,\omega\,(\sqrt{N} + \omega)}{3\,\omega^2 + N}$$

$$= \frac{3\,\omega^2 + N - 2\,\omega\sqrt{N} - 2\,\omega^2}{3\,\omega^2 + N},$$

also

$$\frac{\sqrt{N} - z}{\sqrt{N} - \omega} = \frac{(\sqrt{N} - \omega)^2}{3\,\omega^2 + N} \quad \text{und}$$

$$\sqrt{N} - z = \frac{(\sqrt{N} - \omega)^3}{3\,\omega^2 + N}.$$

Für den Fall nun, dafs $3\omega^2 + N > 1$ oder $N > \frac{1}{4}$ ist, hat man

$$\sqrt{N} - z < (\sqrt{N} - \omega)^3.$$

Ist also $\sqrt{N} - \omega < \frac{1}{10^n}$, so hat man

$$\sqrt{N} - z < \frac{1}{10^{3n}}.$$

Für die Kubikwurzel hat man

$$z = \omega + \frac{\omega\,(N - \omega^3)}{2\,\omega^3 + N},$$

also

$$\sqrt[3]{N} - z = \sqrt[3]{A} - \omega - \frac{\omega\,(N - \omega^3)}{2\,\omega^3 + N} \quad \text{und}$$

$$\frac{\sqrt[3]{N} - z}{\sqrt[3]{N} - \omega} = 1 - \frac{\omega(\sqrt[3]{N^2} + \omega\sqrt[3]{N} + \omega^2)}{2\omega^3 + N}$$

$$= \frac{2\omega^3 + N - \omega\sqrt[3]{N^2} - \omega^2\sqrt[3]{N} - \omega^3}{2\omega^3 + N}$$

$$= \frac{(\sqrt[3]{N} - \omega)^2 \,.\, (\sqrt[3]{N} + \omega)}{2\omega^3 + N}$$

Sobald nun $N > 1$ ist, mufs $\sqrt[3]{N} + \omega < N + 2\omega^3$, daher

$$\frac{\sqrt[3]{A} - z}{\sqrt[3]{A} - \omega} < (\sqrt[3]{N} - \omega)^2 \quad \text{oder}$$

$$\sqrt[3]{A} - z < (\sqrt[3]{N} - \omega)^3 \quad \text{seyn.}$$

Ist nun $\sqrt[3]{N} - \omega < \frac{1}{10^n}$, so hat man

$$\sqrt[3]{A} - z < \frac{1}{10^{3n}}.$$

Da nun die *Lambert*'sche Formel blofs aus den Prinzipien der sogenannten Elementar-Mathematik hergeleitet wird, so ist es besonders zu empfehlen, Anfänger mit einem so vortrefflichen Rechenmittel bekannt zu machen.

III.

Beiträge zur Kenntniſs der Eigenschaften des Guſs- und Stabeisens und des Stahls;

von

Ign. Edlem von *Mitis.*

Wenn Untersuchungen über die Eigenschaften des Eisens, als des nützlichsten aller Metalle, die Theilnahme nicht zu erwecken scheinen, die sie wirklich verdienen, und sogar von Architecten und Maschinisten als eine wissenschaftliche Speculation ohne nützliche Anwendung übersehen und verachtet werden, so mag dieses wohl nur zum Theil daher kommen, daſs solche Menschen, je weniger sie wissen, auch um so weniger fühlen, was sie zu wissen brauchen. Ich will mich darum durch diese Gleichgültigkeit nicht abhalten lassen, meine dieſsfälligen Arbeiten fortzusetzen, und die dabei gesammelten Erfahrungen als Beitrag eines Samenkorns zur künftigen reichlichen Ernte durch diese Zeitschrift in den fruchtbringenden Schooſs der Publicität zu hinterlegen.

Bevor ich aber zu dem practischen Theile meiner Arbeit übergehe, will ich Einiges über die wesentlichen Eigenschaften des Eisens vorausschicken.

Gutes Eisen muſs vor allem dicht, frei von Blasen und Rissen, und an allen Stellen homogen seyn. Nach der Art der Verwendung, zu der es bestimmt ist, muſs es auch die gehörige Spannkraft, Festigkeit, Verschiebbarkeit (Ductilität) und Cohärenz besitzen.

Die *Spannkraft*, oder, wie ich sie in meinen Schriften immer sonst zu bezeichnen pflege, die Elasticität, ist die Eigenschaft, vermöge welcher ein Körper durch Ein-

wirkung einer äuſseren Kraft seine ursprüngliche Gestalt ändert, diese aber, sobald die Kraft zu wirken aufhört, wieder annimmt. Die gröſste von allen Kräften, welche die Gestalt eines Körpers ändern, nach deren Wegnahme seine Gestalt wieder vollkommen hergestellt wird, bestimmt die Gröſse der Spannkraft, und die Gröſse der Ausdehnung oder Compression, die er durch sie erleidet, die Grenze der Spannkraft. Beide Gröſsen bestimmen die Intensität der Spannkraft oder ihren Modulus.

Wird z. B. eine Eisenstange von 1□″ Querschnitt und 1 Fuſs Länge ihrer Länge nach mit einer Kraft von 25000 Pf. aus einander gezogen, und verlängert sie sich um den $\frac{1}{1000}$ Theil, so gibt 25000 Pf. : $\frac{1}{1000}$ einen Quotienten, den man, für diesen Zustand der Elasticität des Eisenstabes, das Maſs (Modulus) der Elasticität nennet. Dieser Quotient bleibt derselbe, die Gröſse der äuſseren Kraft und die dadurch bewirkte Änderung der Dimension des Körpers mag sich wie immer ändern, wenn nur erstere nicht die Grenze überschreitet, für welche der Körper noch vollkommen elastisch ist.

Kennet man aus Versuchen einmal den Werth dieses Quotienten, so beweiset eine bei einem richtig gemachten Versuche gefundene sehr bedeutende Abweichung ganz verläſslich, daſs man es nicht mit dem nämlichen Körper, oder wenigstens nicht mehr in derselben Reinheit zu thun hat. Wie oft dieses bei Eisen der Fall seyn muſs, kann man leicht ermessen, wenn man dessen natürliches Vorkommen mit so vielen anderen Metallen und anderen Stoffen kennet, dabei aber weiſs, daſs dessen geringer Geldwerth nicht leicht erlaubet, dieses Metall chemisch rein darzustellen. Nur diese fremden Einmischungen, nicht aber eine gröſsere Härte oder Weichheit, verändern das Gesetz der Gleichheit des

Quotienten selbst bei bedeutendem Unterschied des Dividendus und Divisors.

Die nun bestimmte Gröſse der Gewalt, die Eisen und Stahl, in was immer für einer Form angewendet, erleiden kann, ist auch hauptsächlich das, worauf man in Bezug auf die nützliche Anwendung in der Industrie zu merken hat, denn diese Gröſse ist in den meisten Fällen auch der einzige, sichere Maſsstab der Benützung; darüber hinaus gehen, bringt offenbar Schaden und Gefahr zugleich, aber darunter bleiben, heiſst Material und Kosten verschwenden.

Fest, das heiſst dem Eindringen äuſserer Kräfte Widerstand leistend, ist an sich jedes Eisen, und in so ferne ist der Ausdruck Fest wohl zu allgemein; da aber Härte, Zähigkeit, Sprödigkeit, Weichheit, Mürbe etc. nur nähere Bestimmungen des Grades der Festigkeit bezeichnen, so ist in dem allgemeinen Ausdrucke jede individuelle Beschaffenheit und Eigenschaft des Eisens begriffen, die auf die gröſsere oder mindere Leichtigkeit, es in seiner Form zu ändern, ohne Theile davon abzutrennen oder die Lage seiner Theile zu verschieben, hindeutet.

Je nachdem die Richtung der gegen die Form des Eisenkörpers angewendeten fremden Kraft ist, erfolgt auch stets die Verschiebung seiner Theile; der Zug nach der Länge einer Eisenstange strecket selbe, und verjünget zugleich den Querschnitt; der Druck nach der Richtung der Höhe verkürzt, staucht die Stange und vergröſsert den Querschnitt. Geschieht dieses schwer und nur durch einen Aufwand von groſsen Kräften, so ist das Eisen fest, und umgekehrt, bedarf es nur geringer Kräfte, weich. Man sieht also, die Gröſse dieser Kraft ist das Maſs der Verschiebbarkeit.

Es ist natürlich, daſs nach Verhältniſs der beab-

sichtigten Verwendung des Eisens bald eine gröfsere Härte, bald mehr Weichheit und Zähigkeit desselben erfordert wird. Dabei aber ist die Frage höchst wichtig, was die Ursache der verschiedenen Beschaffenheit des Eisens sey? und wenn man diese Ursache aufgefunden hat, in wie ferne man es in seiner Macht hat, dem Eisen die jedes Mal relativ-beste Eigenschaft zu geben?

Lagerhjelms Versuche, und auch einige der meinigen beweisen, dafs es der bei der Streckung des anzuwendenden Eisens Statt habende Wärmegrad unter übrigens gleichen Umständen ist, der am meisten dazu beiträgt, die Verschiebbarkeit zu bestimmen. Es versteht sich auch hier, dafs nicht von einem durch Beimischung fremder Körper in dem Grade verunreinigten Eisen, dafs es mehr eine Composition, als Eisen ist, die Rede seyn kann, sondern nur von jenem, dessen fremde Mischungstheile keinen überwiegenden Einflufs haben. Das Mafs der Kraft, welches erfordert wird, eine Stange von gegebenem ursprünglichen Querschnitt bis zur Trennung der Theile zu bringen, ist zugleich auch der mit dem Ausdruck absolute Kraft des Eisens bezeichnete Widerstand desselben.

Ist die Verschiebbarkeit in einem Eisen so zu sagen durch äufsere Einwirkung erschöpft, so behält es denn doch die Eigenschaft der Cohäsion, und auch diese mufs noch von einer einwirkenden fremden Kraft überwunden werden.

Es ist merkwürdig, dafs das Eisen, seine vorher behandelten Eigenschaften mögen noch so verschieden seyn, fast durchaus eine gleiche Cohäsion äufsert. Dieses beweiset sich durch die Querschnittsfläche, die Stabeisen jedes Mal an der Bruchstelle annimmt, bevor es durch Gewalt abgerissen wird. Mifst man, was freilich nicht immer mit grofser Genauigkeit geschehen kann,

den Querschnitt der Bruchfläche, die stets geringer als der ursprüngliche Querschnitt ist, und vergleicht damit das Gewicht, welches die Stange zum Abreifsen brachte; so wird man finden, dafs die Stärke der Eisenfasern im weichen oder harten Eisen auf den englischen Quadratzoll im Querschnitt bei 51 bis 52 Tonnen, nach unserem Mafs und Gewicht auf einen Quadratzoll bei 95979 bis 100000 Pf. beträgt; Stahl hat in dieser Hinsicht ungefähr eine Cohäsion von 160000 Pf. Wer diese Versuche selbst zu machen Lust hat, mag aber nicht vergessen, dafs, wenn man auch einige Abweichung von dieser Annahme findet, es gewöhnlich nur in der Schwierigkeit liegt, die meistens unregelmäfsigen, oft faserigen Bruchflächen genau zu messen, und bei dem Eisen insbesondere in der auffallenden Einlefzung derselben. Ist nun bei einem Versuche das Resultat weit über oder unter 52 Tonnen für den englischen Quadratzoll, oder weit über oder unter 1000 Cent. auf 1 Quadratzoll unsers Mafses; so darf man überzeugt seyn, dafs man, bei sonst richtigem Verfahren, nicht mehr mit reinem Eisen zu thun gehabt habe, und fremde beigemengte Körper eine günstigere oder nachtheiligere Wirkung auf das Mafs der Cohäsion ausüben.

Wenn gleich diese theoretischen Sätze nicht eigentlich in diesen, mehr den practischen Versuchen gewidmeten Aufsatz zu gehören scheinen, so halte ich doch dafür, dafs selbe zur Verständigung der Ansichten leiten, die ich bei meinen practischen Arbeiten hatte.

Nun will ich zu den Versuchen selbst übergehen, selbe nach der Art des Materials folgen lassen, und zuerst von jenen Versuchen mit Stabeisen und Stahl (wozu auch jene mit Draht gehören) sprechen, die ich vor Kurzem, dann aber von den freilich wenigen, die ich mit Gufseisen bisher zu Stande zu bringen mich bemühte.

Bei meinen früheren Versuchen über geschmiedetes Eisen und Stahl, die ich in eben dieser Zeitschrift (Bd. III. H. 1., Bd. IV. H. 2.) bekannt gemacht habe, wurde bloſs auf eine oder die andere der vorhin erwähnten Eigenschaften Rücksicht genommen. Die ersten zeigten bloſs allein die absolute Festigkeit ohne Rücksicht auf Spannkrafts-Intensität und Verschiebbarkeit, und bewiesen nur das gröſsere Verhältniſs des Stahles gegen Eisen in Beziehung auf absolute Festigkeit. Die zweiten erstreckten sich wieder fast einzig auf die Intensität der Elasticität oder Spannkraft, und berührten sonst keine der übrigen rücksichtswürdigen Eigenschaften. Endlich diese dritten und neuesten Versuche habe ich durch nach und nach erlangte Übung im Experimentiren und durch die inzwischen mir verschaffte Kenntniſs anderer ähnlicher Arbeiten abermal etwas weiter, aber bei weitem noch nicht dahin gebracht, wohin ich wohl einsehe, daſs sie noch gebracht werden sollen. Billig denkenden Lesern und Beurtheilern wird aber die Rücksicht nicht entgehen, daſs ich allein stehe, und leider bei uns noch nicht daran zu denken ist, daſs der Gegenstand so viel Interesse erweckt hätte, derlei Vereine von wissenschaftlich gebildeten Männern zu dem Zwecke solcher Untersuchungen hoffen zu lassen, wie es etwa im Norden Europas, besonders in England und Schweden der Fall ist. Ich habe übrigens gethan, was ich konnte, um die wenigen mir zu Gebote stehenden und meinen ersten Aufsätzen in Beschreibung und Zeichnung beiliegenden Maschinen zur nöthigen Erweiterung der Versuche und der Ansichten der Resultate vollkommener einzurichten.

Was dieſsfalls geschehen ist, will ich hier vorausschicken.

Die kleine Hebelmaschine, zum Strecken und Ab-

reifsen der Eisenstäbe bestimmt, erhielt an der Mutter der Schraubenspindel im Umkreise eine Theilung in 48 Theile, und an der senkrechten, rückwärtigen, dem Hebel gegenüberstehenden Wand, durch welche die Spindel sich vor und zurück beweget, so wie die metallene Mutter mittelst eines Schraubenschlüssels angezogen oder nachgelassen wird, einen Stift.

Die Spindel, welche zuweilen bis auf 20 und mehr Centner belastet ist, hat ein ziemlich genau geschnittenes, flaches, obiger Belastung gemäfses Gewinde mit Gängen von beiläufig 1 L. Anfänglich hoffte ich durch die Umdrehungen der in Grade getheilten Mutter unter jenem befestigten Stifte die jedesmalige Verlängerung der eingespannten Stange messen zu können, weil, so oft der mit Gewichten belastete Hebel aus seiner horizontalen Lage niedersinkt, die Spindel angezogen werden mufs, und zwar um so viel, als die eingespannte Stange sich verlängert hat.

Allein bald überzeugte ich mich durch Erfahrung, dafs ich damit meinen Zweck nicht erreiche; denn, da die Gewichte, die hier ins Spiel kommen, schon bedeutend sind, so müssen sich nebst der untersuchten Stange auch die Spindel und alle übrigen zur Spannung beitragende Maschinentheile strecken und verlängern. Ferner besteht der Kasten der Maschine aus Eichenholz, das wohl verhältnifsmäfsig stark ist, aber doch unvermeidlich durch den Druck zwischen dem Hebelruhepuncte und der Spindelmutter zusammengeprefst wird, und also abermals auf das Mafs der Umdrehungen Einflufs hat. Eine Einrichtung, die ich traf, um auch diese Zusammenpressung messen zu können, überzeugte mich wohl von der Richtigkeit des Vorhandenseyns derselben, war aber zu sehr zusammengesetzt. Ich konnte also diese ganze Einrichtung nur dazu einiger Mafsen benützen,

um an den Theilstrichen der Mutter und der Platte am Hebel durch die beiden entsprechenden Stifte bei jedesmaliger gänzlicher Entlastung zu beobachten, ob der nämliche Spannungszustand aller Theile der Stange und der Maschine wieder eingetreten sey, wie selber beim Experimente Statt gehabt hat.

Nun wendete ich ein anderes Mittel an, um die während dem Versuche eintretende Streckung der Stange messen zu können. Ich liefs nämlich die Stäbe so viel möglich mit gleichem Querschnitt zwischen den nöthigen Befestigungsaugen, die verhältnifsmäfsig immer viel stärker waren, in der Länge von 14 bis 15 Zoll anfertigen, mafs jedes Mal den Querschnitt so genau als möglich an vielen Stellen der Länge der Stange, dann trug ich auf der oberen Fläche der Stange von Zoll zu Zoll ihr Längenmafs mit möglichster Genauigkeit auf, und bezeichnete mit einer feinen Stahlnadel durch Ritze jeden Zoll. War sohin die Stange für den Versuch eingespannt, so bediente ich mich eines Stangenzirkels, setzte auf die Entfernung von zwei solchen Ritzen, die 12 Zoll einschlossen, die Zirkelspitzen, wobei ich mich einer Loupe bediente, verglich sohin das Mafs auf einer in Metall gravirten Scale gleich anfangs, und immer wieder, so oft ein neuer Belastungszuwachs oder die Entlastung der Stange erfolgte, und so erhielt ich eine ziemlich richtige Kenntnifs der eintretenden und wieder verschwindenden Dehnung innerhalb der Grenzen der Elasticität der Stange. Weil im Ganzen in so kurzen Stücken die Verlängerung kaum über 1 bis 3 Puncte gehen konnte, so war es mir nur möglich, die verhältnifsmäfsigen Verlängerungen der einzelnen Zwischentheile abzulesen, und ich mufste jene durch Rechnung bestimmen.

Was die Maschine anbelangt, deren ich mich zu den

Biegungsversuchen schon früher bedient habe, und die im IV. Bande, Heft 2. dieser Zeitschrift beschrieben ist, so habe ich auch mit dieser einige Veränderungen vorgenommen. Die ehemaligen vierseitigen Auflagprismen von Stahl verwandelte ich in dreiseitige mit einer stumpfen, aufrecht liegenden Kante. Die Welle von Eisen, über welche eine Schnur mit einem langen und spitzen Senkel auf die Mitte der zur Untersuchung belasteten Stange herab führte, wenn man mit einer Kurbel diese Welle umdrehte, verwarf ich darum, weil sie einen zu grofsen Querschnitt hatte, und weil man mit der Kurbel aus freier Hand die kleinen Umdrehungen nicht so leicht und genau bewirken konnte, die der jedesmalige Zuwachs an Belastung erfordert. Statt dieser Welle befestigte ich eine nur etwa 4 Linien im Durchmesser haltende stählerne Axe, die an beiden Enden in sogenannten Körnern umlauft, und dabei eine sehr kleine Reibung hat. Im Mittel dieser Axe befindet sich eine kleine metallene Rolle, am Umfange rauh gemacht, und so abgedreht, dafs sie im Umkreise genau 3 Zoll hat. An dem 1 $^1/_2$ Mal umgelegten Seidenfaden hängt an jedem Ende ein mit Bleischrot zum Theil gefüllter, 5 Linien weiter, hohler Cylinder von Messingblech; der etwas gröfsere, mit einem konisch zugespitzten Boden geschlossene, ist natürlich schwerer, sinkt, wenn er nicht unterstützt ist, und dreht die Rolle, mit ihr die Axe, und der kleinere spannt den Faden nicht nur immer gleich, sondern, wie der gröfsere durch die Unterstützung gehoben wird, so drehet er die Axe wieder zurück, aber nur so weit, als es das gehobene Gewicht erlaubet. Vorne, gegen den Beobachter gerichtet, ist in verticaler Stellung ein 8 Zoll im Durchmesser haltendes Zifferblatt befestiget, durch dessen Centrum die Axe gehet, und ein auf selber befestigter Uhrzeiger be-

zeichnet am Umfange des Blattes, wie viel die Umdrehung der Axe, folglich der Rolle betrug, was dann stets mit der durch die Beugung der Stange, die dem Gewicht zur Stütze dienet, genau übereinstimmt. Da das Zifferblatt, wie gewöhnlich bei Uhren, in 60 Minuten durch Theilstriche getheilt ist, eine ganze Umdrehung der Rolle aber 3 Zoll beträgt, so zeigt das Vorrücken des Zeigers um eine solche Minute genau 0'',05; die Gröfse einer solchen Minutenabtheilung, fast 1/2'' betragend, habe ich durch einen darüber geklebten Quadranten wieder in 5 Theile getheilt, und so bin ich im Stande, sehr leicht 0'',01, ja selbst 0'',005 und 0'',0025 zu erkennen. Endlich habe ich auch noch eine Abänderung darin getroffen, dafs ich statt der bisherigen zum Aufsetzen der auf einem Stahlprisma hängenden Wagschale eine rechteckige Rahme von Stahl machen liefs, die einen Raum zwischen ihren inneren Kanten von 1 1/4 Zoll nach der Breite, und 1 1/2 Zoll nach der Höhe einschliefst; der obere horizontal liegende Theil dieser Rahme ist abwärts, wo er die zu untersuchende Stange berührt, prismatisch schneidig, und an dem unteren Rahmentheile, der etwas breiter als die übrigen Theile ist, befinden sich nach der Seite zwei starke Haken, welche die Ringe der Wagschalenschnüre aufnehmen. Diese Rahme wird auf die Mitte der Stange bei Anfang des Versuches aufgesetzt, und mit ein Paar gegen einander geschobenen schwachen Holzkeilen so an der Stange fest gemacht, dafs sie sich nicht aus dem Mittel rücken kann; auf derselben oberen flachen Kante ruht das schon erwähnte schwerere Gewicht mit seinem conischen Boden. Ist alles so vorbereitet, so bewirkt der Druck nur mit einem Finger schon eine Senkung der Stange, die durch ein Fortschreiten des Zeigers sichtbar ist.

So ist also nun mein Apparat, so weit ich es vermochte, verbessert.

Ich finde mich veranlaſst, hier zu erinnern, daſs ich durch die Gnade einer hohen Person die Erlaubniſs erhalten habe, meine Versuche in dem Locale des k. k. Artillerie-Guſshauses vorzunehmen, und daſs der würdige und geachtete k. k. Major und Director *Huſs*, so wie auch das übrige in dieser Anstalt angestellte k. k. Artillerie-Officier-Corps mir bei meinen Arbeiten überall mit Bereitwilligkeit und rühmlichem Eifer beistand.

Ich erhielt aus Kärnthen, mit dem Ersuchen darüber Versuche zu unternehmen, einen schon den äuſseren Kennzeichen zu Folge sehr guten Guſsstahl, der vom Herrn *Franz Rabitsch*, Inspector der gräflich *Egger*'schen Eisenwerke, verfertigt war, und lieſs aus dem erhaltenen Stück eine Stange in der Form schmieden, wie ich sie in der Hebelmaschine zum Versuche nöthig hatte; sie erhielt eine Länge von 19″, die in ihren Theilen von 1″ auf der Stange selbst nach einer sehr genauen Messung mit feinen Linien eingezeichnet wurde.

Das rechteckige Prisma der Stange ward an sechs verschiedenen Stellen durch Umwicklung eines stets gleich gespannten Seidenfadens gemessen, und ich fand daſs es 0″,2639 der Breite nach, und 0″,1666 der Höhe nach maſs, also einen Querschnitt von 0□″,04396 = dem $22{,}73^{\text{sten}}$ Theile eines Quadratzolles hatte. Als ich nach vollendetem Versuche ein Stück dieser Stange von 3 Zoll Länge abschnitt und wog, so fand ich es 280 Gran schwer, was fast eben der 22ste Theil von dem Gewicht ist, welches Stahl bei einer Länge von 3″ und einem Querschnitt von 1□″ wiegen müſste.

Nun wurde diese so vorbereitete Stahlstange in die Maschine eingespannt, und der Hebel nach und nach mit der Vorsicht belastet, daſs man öfter das Gewicht wie-

der abnahm, und immer untersuchte, ob das durch die Theilstriche auf der metallenen Schraubenmutter zu Anfang des Versuches angezeigte Verhältniſs der Länge noch genau dasselbe sey. Man fand bis zu der Auflegung von 94 Pf. durchaus keine bleibende Verlängerung im ursprünglichen Maſs der Stange, nachdem sie wieder entlastet ward, und doch war während dem Zuge des Gewichtes durch Messungen deutlich eine Verlängerung der 19 Zoll um 0'',023 zu finden.

Bei einer neuen Vermehrung der Belastung um 1 Pf., das heiſst bei einem Gewichte von 95 Pf. auf den Hebel, fand sich, daſs schon eine wirkliche, wenn gleich fast unmeſsbare Verlängerung eintrat; ich habe daher auch die Dehnung der Stange,

$$\varepsilon = 0'',001219 = \frac{1}{820},$$

als Grenze der Spannkraft angesehen; die Gröſse dieser Kraft aber ist

$$(94^{℔} \times 20) + 120^{℔} = 2000^{℔}$$

für die Stange, und für einen Quadratzoll Querschnitt

$$2000^{℔} \times 22{,}73 = 45460^{℔}$$

gefunden, und mit f bezeichnet. Aus beiden die Intensität oder der Modulus der Elasticität

$$M = \frac{f}{\varepsilon} = \frac{45460^{℔}}{\frac{1}{820}} = 37277200.$$

Da es sich nun aber darum handelte, den Versuch weiter fortzusetzen, und die absolute Kraft der Stange zu untersuchen, so konnte ich leicht voraussehen, daſs ich nicht ohne Nachtheil meiner Maschine eine so groſse Gewalt anwenden könne, als das Abreiſsen der Stahlstange in diesen Dimensionen gefordert haben würde, darum lieſs ich ihren Querschnitt in der Mitte ihrer Länge

durch die Feile kleiner schneiden, so daſs nun das Rechteck des Querschnittes nach einer Seite 0'',18, nach der anderen 0'',112, im Quadrat also 0□'',02016, d. i. den 49,6ten Theil eines Zolles hatte. Diesen verkleinerten Querschnitt hat ein Stück von nicht ganz 6 Zoll der Länge nach, und ich bezeichnete davon 5 Zoll durch genaue Zolltheilung mit feinen Ritzen auf der Stange. Nunmehr begann, ohne fernere Rücksicht auf die schon ausgemittelte Spannkraft, die Belastung des Hebels, um die absolute Stärke der Stahlstange zu erproben.

Es waren 111,9 Pf. auf den Hebel aufgelegt, als die Stange beinahe ganz in der Mitte ihrer Länge brach. Dieses macht in der schon aus meinen früheren Aufsätzen bekannten Methode bei den Berechnungen für die Maschine

$$\overset{\text{℔}}{(111{,}9} \times 20) + \overset{\text{℔}}{120} = \overset{\text{℔}}{2358},$$

das ist die absolute Kraft der Stange, und daher für einen Querschnitt von 1 Quadratzoll

$$\overset{\text{℔}}{2358} \times \overset{\text{|}}{49{,}6} = \overset{\text{℔}}{116956}.$$

Durch diese Gewalt erlitt die Stange innerhalb der Grenze der bezeichneten 5 Zoll folgende Streckung:

Maſs vor dem Versuch.	Nach dem Bruch.
1ster Zoll	1'',065,
2ter »	1'',1,
3ter »	1'',135,
4ter »	1'',03,
5ter »	1'',025,
	5'',355.

Es hat sich also diese Stange um 7,1 auf 100 verlängert. Der Bruch folgte in dem 3ten Zoll. Der Querschnitt an der Stelle des Bruches war, wie immer, durch die Stre-

ckung verjüngt, aber dabei durchaus keine Einleſzung zu merken, wie sie bei Eisen Statt hat. Das Korn des Bruches war leicht grau und sehr fein, die Bruchfläche fast eben, und mit einem Mikroskope angesehen zeigte sich eine fremdartige Verunreinigung an der Bruchfläche, die wahrscheinlich dazu beigetragen haben mag, daſs die Stahlstange nicht noch mehr getragen hat.

An der Stelle des Bruches wurde der Querschnitt der Stange abermals mit möglichster Genauigkeit gemessen; ich fand selben nach einer Richtung 0'',15, und nach der anderen 0'',112, demnach das Rechteck der Reiſsfläche im Quadrate 0□'',0168, das ist der 59,52ste Theil eines Quadratzolles. Wird aber hieraus die Kraft der Cohäsion für einen Quadratzoll-Querschnitt berechnet, so ist selbe

$$\overset{℔}{2358} \times 59{,}52 = \overset{℔}{140350}.$$

Hier bleibt die Gröſse der Cohäsion gegen die von *Tredgold* ausgemittelte um 200 Cent. auf den Quadratzoll zurück, was seinen Grund ebenfalls in der, durch die mikroskopische Vergröſserung entdeckten, Unreinigkeit (die fast das Aussehen von Asche hatte) finden mag.

Im Ganzen spricht sich das Resultat dieses Versuches ganz übereinstimmend mit mehreren anderen von mir beschriebenen ähnlichen Versuchen aus; die geringe Elasticitätsgrenze, die hier $\frac{1}{820}$ ist, während ich selbe, wenigstens im Durchschnitt, wenig kleiner als $\frac{1}{600}$ fand, dürfte von dem Grade der Hitze abhängen, in der die Stange geschmiedet worden ist; es dürfte auch die bemerkte Verunreinigung darauf Einfluſs haben. Es fehlte mir an nöthiger Menge des Materials, um mehrere solche Stangen machen zu lassen, und den Versuch zu wiederholen.

Ebenfalls aus Kärnthen, und zwar aus derselben

Hand, erhielt ich auch ein Eisen, unter der Benennung *Tiegeleisen.* So viel mir davon erkläret wurde, soll es auf folgende Art aus Roheisen in gahres Stabeisen verwandelt worden seyn: Von einem Hochofen, an dem das Roheisen in Blätter gerissen zu werden pfleget, soll eine Anzahl solcher Blätter durch anhaltendes Ausglühen im Schmelztiegel seines Kohlenstoffes entledigt worden seyn, statt daſs man Roheisen sonst unter dem Gebläse verfrischet. So vorbereitet, wird dann dieses Blättereisen sogleich ins Streckfeuer genommen, in Schweiſshitze gebracht, und zu Stabeisen ausgeschmiedet.

Ich will die allenfalls mit diesem Verfahren verbundenen Vortheile ganz dahin gestellt seyn lassen; allein man versichert, daſs es ganz besonders weiches Eisen, und dabei von einer vorzüglichen Zähigkeit und Stärke geben soll, so daſs man es zu Gewehrläufen mit besonderem Nutzen verwende, die, ungeachtet man an dünnen Stellen der Mündung sie mit einem Messer schneiden kann, doch der Gewalt der Ladung mit groſser Verläſslichkeit widerstehen. Ich lieſs auch aus diesem Material eine Stange, wie die vorige, machen, und zum Versuche schreiten.

Sie hatte 18″ Länge, und war ebenfalls in Zolltheile durch Linien getheilt. Ihr Querschnitt maſs nach einer Seite 0″,255, nach der andern 0″,16, also im Quadrate 0□″,0408, das ist der 24,5te Theil eines Quadratzolles.

Mit der Auflegung der Gewichte, um den Punct der Grenze der Spannkraft nicht zu übersehen, wurde in derselben Art verfahren, wie bei der ersten Stange. Bis 55 Pf. Belastung fand ich wieder keine Streckung nach der Abnahme des Gewichts, obwohl die Dehnung während der Spannung 0″,019 betrug; bei 60 Pf. Gewicht aber fand ich schon deutlich eine kleine bleibende Streckung nach der Entlastung, daher nehme ich im Ver-

hältnifs auf den Querschnitt der Stange

$$\overset{℔}{(55 \times 20)} + \overset{℔}{120} = \overset{℔}{1220}$$

als die Gröfse der Spannkraft, und die Dehnung $= 0'',019$ als Gränze derselben an. Beides auf einen Querschnitt von 1□″ gebracht, gibt

$$\overset{℔}{1220} \times 24,5 = \overset{℔}{29890},$$

und als Gröfse der Dehnung $0'',001055 = \frac{1}{948}$ der Länge. Die Intensität oder der Modulus der Elasticität dieser Gattung Eisen wäre daher

$$\frac{f}{\varepsilon} = 28335720 \text{ Pfund.}$$

In der Regel und bei genauen Versuchen wird selbe auch bei noch gröfseren Differenzen im Dividendus und Divisor für Eisen nicht viel von dem Quotienten = 25000000 Pf. abweichen; hier aber haben wir schon in der zweiten Ziffer eine bedeutende Abweichung, und der Quotient ist um mehr als 3000000 Pf. gröfser; daraus kann man schliefsen, dafs dieses Material ein mit einem fremden Körper verbundenes Eisen sey, was wohl ohne Zweifel der in der Frisch-Manipulation nicht hinlänglich beseitigte Antheil von Kohlenstoff ist, der diese Stange zu einer Art Stahl macht. Die Gröfse seiner Spannkraft allein, obwohl sie 29890 Pf. beträgt, läfst dieses nicht erkennen, und zwar um so weniger, als wir in der Folge sehen werden, dafs wirklich reines Eisen eine noch gröfsere Spannkraft erreichen kann, was in der Behandlung beim Scheiden und in dem Grade der Temperatur liegt, welchem es bei der Scheidung ausgesetzt war.

Da nun der Versuch rücksichtlich der Spannkraft beendiget war, fuhr ich fort, die Stange rücksichtlich der absoluten Kraft zu untersuchen.

Es wurde endlich das Gewicht auf den Hebel bis auf 166,125 Pf. vermehrt, wobei die Stange mit einem sehr unebenen, dunkelgrauen, wenig glänzenden, offenbar körnigem Bruche, der keine bedeutende Einleſſung, ungeachtet seiner ansehnlichen Verjüngung des Querschnittes, zu erkennen gab, brach. An der Oberfläche der Bruchkanten schienen sogar der reinen Eisenfaser ähnliche Splitter entstanden zu seyn, die merklich von dem Korn des mittleren Theiles des Querschnittes sich selbst durch einigen Glanz unterschieden haben.

Nach Verhältniſs des während dem Versuche auf den Hebel gelegten Gewichtes hat die Stange folgende absolute Kraft:

$$\overset{\text{℔}}{(166{,}125} \times 20) + \overset{\text{℔}}{120} = \overset{\text{℔}}{3442{,}5};$$

daraus die absolute Kraft für die Stärke von 1□″ solchen Materials:

$$\overset{\text{℔}}{3442{,}5} \times 24{,}5 = \overset{\text{℔}}{84341}.$$

Diese bedeutende absolute Kraft spricht neuerdings dafür, daſs dieses mehr Stahl als Eisen sey, was wohl 500 Cent. und selbst 550 Cent., aber gewiſs nie 800 Cent. trägt, wenn es sich in einem Zustande der Verschiebbarkeit befindet, wie wir jetzt gleich sehen werden.

Die abgerissene Stange wurde in allen Dimensionen so genau wie möglich gemessen.

Die Reiſsfläche, die in diesem Falle schon etwas schwerer genau zu messen war, hatte nach einer Richtung 0″,18, und nach der anderen 0″,12, daher im Quadrate 0□″,02163, das ist der 46,223ste Theil eines Quadratzolles, wornach wir zuletzt die Kraft der Cohäsion berechnen werden.

Was die veränderte ursprüngliche Länge der Stange anbelangt, die 18″ betrug, und durch feine Risse für

jeden Zoll bezeichnet war, ergaben sich folgende Veränderungen:

						Zoll.
Der	Zoll	Nro.	1	hatte	nun	1,03125
»	»	»	2	»	»	1,07000
»	»	»	3	»	»	1,07000
»	»	»	4	»	»	1,07000
»	»	»	5	»	»	1,07000
»	»	»	6	»	»	1,07000
»	»	»	7	»	»	1,05000
»	»	»	8	»	»	1,10000
»	»	»	9	»	»	1,08550
»	»	»	10	»	»	1,10500
»	»	»	11	»	»	1,30000 (*a*)
»	»	»	12	»	»	1,09550
»	»	»	13	»	»	1,06850
»	»	»	14	»	»	1,05000
»	»	»	15	»	»	1,03650
»	»	»	16	»	»	1,07500
»	»	»	17	»	»	1,08500
			Summa	.		18,43225.

Der 19te Zoll konnte nicht mehr gemessen werden, weil sogleich nach dem beendigten Versuche und erfolgtem Bruche dieser Theil der Stange abgehauen wurde, um ihn durch Feuer und Härtung auf Stahl zu probieren, als was auch in dieser Beziehung die Stange sich bewies, da selbe sich bedeutend härten liefs.

Bei dem mit (*a*) bezeichneten Zoll erfolgte der Bruch der Stange.

Man sieht aus dieser Messung, dafs ursprüngliche 17″ um 1″,43 sich verlängert haben.

Bei der geringen Länge der einzelnen Theile, die nur 1 Zoll betrugen, ist freilich die Differenz von der gröfsten Streckung im 11ten Zoll (= 0,3) gegen die klein-

ste im 1sten Zoll (= 0,03) sehr bedeutend, und möchte auf eine Ungleichheit rücksichtlich der Verschiebbarkeit in der Stange schliefsen lassen; allein, wenn man bedenkt, dafs es nicht möglich ist, aus freier Hand eine solche Stange durchaus mit vollkommen gleichem Querschnitt zu schneiden, so möchte ich diese Differenzen mehr diesem Umstande als dem Mangel der Gleichheit in den Eigenschaften des Materials zuschreiben. Im Ganzen streckt die Einheit sich um 0,084 aus. Diese Verschiebbarkeit ist für geschmiedete Stangen, selbst nach *Lagerhjelm's* Versuchen, schon so grofs, dafs man das Material weich nennen mufs, besonders aber, wenn man auf die Streckung des gebrochenen Zolles allein Rücksicht nimmt, so ist selbe 0,3 auf die Einheit. So grofs habe ich bei *Lagerhjelm* gar keine gefunden; aber es ist zu merken, dafs selber die Länge eines schwedischen Fufses, also ein mehr als eilf Mal so grofses Mafs zur Einheit der Messung angenommen hat.

Was endlich auch bei dieser Stange die Cohäsion betrifft, so hat selbe bei einem Querschnitt von 0□",02163, der der 46,223ste Theil eines Quadratzolles ist, 3442,5 Pf. getragen; dem zu Folge ist die Cohäsion auf den Quadratzoll

$$\overset{℔}{3442{,}5} \times 46{,}223 = \overset{℔}{159123}.$$

Diese Gröfse bestimmt das Material offenbar als Stahl, ja sie übertrifft sogar das Verhältnifs der Stärke des zuerst untersuchten Gufsstahls, welcher freilich aus dabei angegebenen Gründen seine ganze Kraft nicht zeigen konnte.

Da diese beiden Versuche mit Material vorgenommen wurden, das seiner Kostbarkeit wegen weniger oft in grofser Masse verwendet wird, so wendete ich nun meine Aufmerksamkeit vielmehr auf gewöhnliches, we-

gen seiner Trefflichkeit längst rühmlich bekanntes, steirisches Eisen. Ein in Neuberg, im Brucker Kreise, auf den k. k. Hammerwerken geschmiedeter Eisenstab wurde zu drei für meine Hebelmaschine schicklichen Stangen ausgeschmiedet.

Die erste hievon hatte in der Länge 14″; jeder Zoll wurde, wie gewöhnlich, auf der Stange selbst bezeichnet. Ihr Querschnitt war quadratisch, und maſs an jeder Seite 0″,128, daher in der Fläche 0□″,01638, das ist der 61ste Theil eines Quadratzolles. Ich habe diesen Querschnitt auch durch das Gewicht eines Stückes dieser Stange von 2″ Länge, welches 63 Gran wog, untersucht; und da eine 2″ lange Eisenstange, wenn selbe einen vollen Quadratzoll gehabt hätte, 38547 Gran gewogen haben würde, so beträgt auch der gewogene Theil dieser Stange mit 63 Gran den 61,18ten Theil. Ich will hier nur ein für alle Mal erinnern, daſs ich die gemessenen Querschnitte in allen Fällen auf gleiche Weise zu controlliren pflege.

Für die Spannkraft untersucht, litt diese Stange eine Belastung von 420 Pf., die mit gewöhnlicher Vorsicht und öfterem Entlasten nach und nach aufgelegt wurden; die eingetretene Dehnung von 0″,015 lieſs keine Spur einer bleibenden Streckung zurück, das macht auf die Einheit

$$\varepsilon = 0{,}00107, \text{ d. i. } \frac{1}{934}.$$

Nun

$$\overset{\text{℔}}{420} \times 61 = \overset{\text{℔}}{25620}$$

ist das Gewicht, was 1□″ solchen Eisens als f = Gröſse der Elasticität getragen haben würde. Die Intensität der Spannkraft

$$\frac{f}{\varepsilon} = 23929080 \text{ Pfund.}$$

Nach den schwedischen Versuchen, und auf die in *Lagerhjelm* angegebenen Einheiten in Gewicht und Maſs zurückgeführt, hatte eine Decimallinie Querschnitt 1,08 Schiffspfund getragen; und dieses, mit dem Verhältniſs der Dehnung $\frac{1}{934}$ dividirt, gibt einen Modulus = 1007 Schiffspfund, stimmt also mit den so genau angestellten Versuchen in dieser Beziehung der Spannkrafts-Intensität des Eisens überein, obwohl die Gröſse dieser Kraft, das Gewicht nämlich von 1,08 Schiffspfund auf eine Quadrat-Decimallinie, von keiner Gattung des dort versuchten geschmiedeten Stabeisens erreicht wurde.

Die absolute Kraft dieser Stange forderte eine Belastung von 917,5 Pf.; dieses auf 1□″ solchen Eisens übertragen:

$$\overset{\text{℔}}{917{,}5} \times 61 = \overset{\text{℔}}{55967}.$$

In den schwedischen Verhältnissen beträgt dieses 2,359 Schiffspfund auf die Quadrat-Decimallinie.

Auch hierin übertrifft dieses Eisen fast alles von *Lagerhjelm* untersuchte; nur eine Gattung, nämlich schwedisches gegärbtes und gewalztes Eisen, im 50sten und 54sten Versuche, kam an absoluter Kraft unserem Neuberger Eisen gleich.

Die Verschiebbarkeit, welche die Stange während dem Versuche äuſserte, fand ich nach einer möglichst genauen Messung, wie folget:

	Zoll.
Der Zoll Nro. 1 hatte nach dem Bruch	1,055
» » » 2 » » » »	1,025
» » » 3 » » » »	1.025
» » » 4 » » » »	1,015
» » » 5 » » » »	1,055
» » » 6 » » » »	1,140 (*a*)
» » » 7 » » » »	1,025
» » » 8 » » » »	1,015
» » » 9 » » » »	1,015
» » » 10 » » » »	1,015
» » » 11 » » » »	1,015
» » » 12 » » » »	1,055
» » » 13 » » » »	1,015
» » » 14 » » » »	1,015
Im ganzen gestreckten Maſs .	14,485.

Im Ganzen war die Verschiebbarkeit nicht groſs, und betrug nicht ganz $3\,^1/_2$ pro Cent. Das Eisen ist daher sehr fest. Die gröſste Differenz ist zwischen dem mit (*a*) bezeichneten Zoll, der abgerissen ist, = 0″,14 und 0″,015; freilich auch ziemlich groſs, doch fand sich selbe häufig auch bei *Lagerhjelm's* Versuchen, ungeachtet seiner gröſseren Vergleichungsmaſse.

Endlich die Kraft der Cohäsion belangend, maſs ich mit Hülfe eines trefflichen Mikroskopes, und unter dem Beistande des Herrn Mitredacteurs dieser Zeitschrift, *v. Ettingshausen*, den bedeutend verjüngten, faserig gestalteten Bruch der Stange, der wohl auch ziemlich eingelefzet war; er betrug nach einer Seite 0″,1, nach der anderen 0″,08846, also der Querschnitt 0□″,008846, d. i. die Reiſsfläche beträgt den 113ten Theil eines Quadratzolles. Dem zu Folge

$$\overset{\text{℔}}{917{,}5} \times 113 = \overset{\text{℔}}{103677}$$

die Gröſse der Cohäsion. Diese Kraft, nach den Verhältnissen der schwedischen Versuche berechnet, gibt auf die Quadrat-Decimallinie 4,37 Schiffspfund, und nach *Tredgold's* Versuchen, der die Cohäsion = 51 Tonnen auf den englischen Quadratzoll fand, kommt sie auf 53,5 Tonnen; eine neue Bestätigung seiner Trefflichkeit.

Bei dem Versuche mit der zweiten und dritten, aus eben diesem Eisen verfertigten Stange, war das Verfahren ganz mit dem erst beschriebenen gleich, daher folgen nur ganz kurz die Resultate.

Länge der Stange 14″; der ursprüngliche Querschnitt 0□″,0169, d. i. der 59ste Theil eines Quadratzolles; Gröſse der Spannkraft für die Stange 420 Pf.; Gränze der Spannkraft der Stange 0,0148, d. i. der $\frac{1}{946}$ste Theil für einen Quadratzoll; die Gröſse der Elasticität $f = 24780$ Pf., und die Gränze

$$\varepsilon = 0{,}001057 = \frac{1}{946};$$

die Intensität oder der Modulus der Elasticität

$$= 23442000 \text{ Pf.},$$

mithin von der vorhergehenden nur in der dritten Zahlenstelle unterschieden, wozu leicht die Schwierigkeit der Beobachtung führen kann.

Absolute Kraft hatte die Stange 991 Pf., also auf die Einheit des Quadratzolles 58469 Pf.; war also etwas stärker als die vorhergehende.

Die Verschiebbarkeit dieser Stange war folgende:

							Zoll.
Der	Zoll	Nro. 1	hat	sich	verlängert	auf	1,09
»	»	» 2	»	»	»	»	1,04
»	»	» 3	»	»	»	»	1,02
»	»	» 4	»	»	»	»	1,01
»	»	» 5	»	»	»	»	1,—
»	»	» 6	»	»	»	»	1,02
»	»	» 7	»	»	»	»	1,01
»	»	» 8	»	»	»	»	1.01
»	»	» 9	»	»	»	»	1,02
»	»	» 10	»	»	»	»	1,02
»	»	» 11	»	»	»	»	1,03
»	»	» 12	»	»	»	»	1,01
»	»	» 13	»	»	»	»	1,08 (*a*)
»	»	» 14	»	»	»	»	1,05
				Verlängertes Mafs		.	14,41.

Dieses Eisen war also noch etwas fester als das vorhergehende; es fällt die gröfste Verlängerung auf den ersten Zoll, und die Stange brach mit einem dem Ansehen nach gleichen Bruch am 13ten Zoll.

Das möglichst genaue Mafs des Querschnittes an der Reifsfläche war 0□'',0099, also der 101ste Theil eines Quadratzolles, dem zu Folge die Gröfse der Cohäsion auf 1□'' solchen Eisens 10091 Pf.

Der Versuch mit der dritten Stange von demselben Eisen zeigte folgende Resultate:

Ursprüngliche Länge 14''; ihr Querschnitt glich genau dem der ersten Stange = dem 61sten Theil eines Quadratzolles. Die Spannkraft verhielt sich ebenfalls wie bei der ersten Stange, daher alles dort Gesagte auch hier gilt.

Die absolute Kraft der Stange betrug 936 Pf., daher für einen Querschnitt von 1 Quadratzoll 57096 Pf.

Die Verschiebbarkeit konnte nicht so genau bestimmt

werden, denn die Stange brach aufserhalb der bezeichneten Zolltheile, doch wurden diese 14 Zoll selbst auf 14'',245 ausgestreckt gefunden; da aber die gröfste Streckung gewöhnlich in dem geborstenen Zoll Statt findet, die man hier in der Messung vermifste, so mag wohl auch diese Stange von gleicher Ductilität mit der vorigen gewesen seyn.

Nach erfolgtem Bruch nahm die Stange eine bedeutende Krümmung in ihrer Längendimension an, was wohl beweiset, dafs sie etwa an einer Fläche härter als an der anderen war; eine Ungleichheit, die von der Arbeit bei dem Ausschmieden kommen konnte.

So wie die absolute Kraft dieser Stange etwas geringer als bei der vorigen ist, so war es auch die Cohäsionskraft, um so mehr, als die Stange bei dem gleichen ursprünglichen Querschnitt mit der ersten Stange doch eine verjüngtere Bruchfläche hatte, wie die zweite, die nur den 101sten Theil eines Quadratzolls betrug. Die Festigkeit beträgt daher für einen Querschnitt von 1 Quadratzoll

$$\overset{\text{℔}}{936} \times 101 = \overset{\text{℔}}{94536}.$$

Nun wollte ich einen Versuch in der Absicht machen, um zu sehen, in wie ferne man es bei der Bearbeitung der Eisenstäbe in seiner Macht habe, dem Eisen eine gröfsere oder kleinere Spannkraft beizubringen, was natürlich den wichtigen ökonomischen Vortheil mit sich bringt, dafs man mit wenigerem, dabei kräftigerem Eisen denselben Zweck erreicht, wie mit einem gröfseren Quantum schwächeren Eisens.

Zu dem Ende wählte ich ein Stück Schmiedeeisen, das alle Eigenschaften eines guten Eisens zu haben schien. Dieses Stück wurde in zwei Hälften getheilt, ein Theil mit möglichst starker Hitze in der Schlosser-

werkstätte des k. k. Gufshauses zu einer für die Versuche tauglichen Form ausgeschmiedet, und als die Schmiedung vollendet war, noch ein Mal ausgeglüht, und dann erst zu dem passenden Querschnitte ausgefeilet.

Aus der anderen Hälfte wurde eine gleiche Stange, aber mit möglichst geringer Hitze, geschmiedet, auch nicht mehr geglüht, sondern gleich unter die Feile genommen.

Die erste Stange hatte folgende Mafse: Länge 14'',5; jede Seite des Querschnitts 0'',1357, und daher der Querschnitt selbst 0,0184 Quadratzoll, d. i. den 54,29sten Theil eines Quadratzolles. Ihr specifisches Gewicht betrug 1,8540. Die Stange wurde durch eine Belastung von 420 Pf. um 0,0125 gedehnt, doch verschwand diese Dehnung bei Abnahme des Gewichtes bis auf eine fast unbemerkbare Verlängerung; doch, um auch diese zu berücksichtigen, nahm ich die entsprechende Gröfse der Spannkraft nur mit 400 Pf. an.

Diese Spannkraft, auf den Querschnitt von 1□'' übertragen, gibt

$$\overset{\text{Pf.}}{400} \times 54{,}29 = \overset{\text{Pf.}}{21717};$$

eben so obige Ausdehnungsgrenze auf die Einheit geführt, gibt

$$= 0'',000861, \quad \text{d. i.} \quad \frac{1}{1160},$$

und die Intensität der Spannkraft

$$\overset{\text{Pf.}}{21717} : \frac{1}{1160} = \overset{\text{Pf.}}{25191000}.$$

Nun ward nach und nach die Belastung bis zu 797,34 Pf. fortgesetzt, wobei die Stange rifs. Ihre absolute Kraft, auf einen Querschnitt von 1 Quadratzoll gebracht, ist demnach 43271 Pf.

Die Verlängerung in jedem bezeichneten Zoll der ursprünglichen Länge war folgende:

								Zoll.	
Der	Zoll	Nro.	1	maſs	nach	dem	Bruch	1,0278	
»	»	»	2	»	»	»	»	1,0451	
»	»	»	3	»	»	»	»	1,2326	(*a*)
»	»	»	4	»	»	»	»	1,0278	
»	»	»	5	»	»	»	»	1,0451	
»	»	»	6	»	»	»	»	1,0729	
»	»	»	7	»	»	»	»	1,1110	
»	»	»	8	»	»	»	»	1,0659	
»	»	»	9	»	»	»	»	1,0659	
»	»	»	10	»	»	»	»	1,0729	
»	»	»	11	»	»	»	»	1,0900	
»	»	»	12	»	»	»	»	1,0763	
»	»	»	13	»	»	»	»	1,0486	
»	»	»	14	»	»	»	»	1,0486	
der	halbe	Zoll	15	»	»	»	»	0,5347	

Summe der Maſse in der gestreckten Stange 15,5652.

Es betrug also die Verlängerung auf die ursprüngliche Länge von 14″,5 1″,0652 = $\frac{1}{1361}$ Theil der Länge. Auch diese Stange hatte sich nach dem Bruche, der im dritten Zoll erfolgte, am langen Ende nach der Seite hin etwas gebogen.

Der Bruch war im Übrigen fein, schiefrig, dunkelgrau und bedeutend eingelefzet, daher das Maſs der eigentlichen Zusammenziehung in der Reiſsfläche schwer zu bestimmen; doch, so viel ich mit groſser Genauigkeit und aus dem Verhältnisse des Verlängerungsmaſses im gebrochnen Zoll, und noch näher aus der Verlängerung der èinen Hälfte dieses Zolles bestimmen konnte, war der Querschnitt der Reiſsfläche 0□″,007541, also der $\frac{1}{132}$te Theil eines ganzen Quadratzolles, und die Festigkeit = 105700 Pf. auf einen Quadratzoll.

Die zweite von demselben Eisen geschmiedete Stange hatte auch eine Länge von 14″,5, einen Querschnitt von

0□″,01817 (da jede Seite 0″,13476 betrug), es war daher die Stärke des Querschnittes der 55,06^{te} Theil eines Quadratzolles. Ihr specifisches Gewicht betrug 7,8942. Ich untersuchte genau, ob bei der Entlastung eine bleibende Streckung zu bemerken sey, bis zu 620 Pf., und ungeachtet dabei eine Dehnung von 0″,0209 Statt hatte, so liefs selbe doch noch keine Spur einer bleibenden Streckung zurück; ich konnte also sowohl dieses Gewicht als die Gröfse der Spannkraft, und diese Dehnung als ihre Grenze annehmen. Wird beides auf einen Zoll berechnet, so macht erstere

$$\overset{℔}{620} \times 55{,}06 = \overset{℔}{34171},$$

letztere = 0,00144, d. i. $\frac{1}{693}$^{tel} der Länge, was beinahe mit der des Stahles übereinkommt. Der Modulus der Elasticität beträgt

$$\overset{℔}{34171} : \frac{1}{693} = \overset{℔}{23687000}.$$

Ist nun die Gröfse der Spannkraft das Mafs der Benützungsfähigkeit, so verhält sich in dieser Beziehung die erste Stange zur zweiten wie 1 : 1,572; oder mit andern Worten: ich kann dem Eisen, nach der ersten Art bearbeitet, mehr als $^1/_3$ weniger Anstrengung zumuthen, als dem zweiten, erspare also eben so viel, wenn ich das Eisen, z. B. zu einer Kette, nach der zweiten, statt nach der ersten Art schmieden lasse, ohne darum an Sicherheit das Geringste zu verlieren. Um jedoch ja nicht zu einem Mifsverständnisse Anlafs zu geben, erinnere ich, dafs jedes einzelne Glied versucht werden mufs, ob nicht sonst ein Fehler daran ist, der sich durch eintretende bleibende Streckung augenblicklich verrathen wird.

Um die Verschiebbarkeit dieser Stange zu prüfen, wurde selbe fortan bis auf 785 Pf. belastet, wobei sie

brach; ihre absolute Kraft = 43228 Pf. ist bis auf wenige Pfunde dieselbe, wie bei der vorhergehenden Stange, ein Beweis mehr für die gleiche Qualität des Eisens.

Die bleibende Streckung war gefunden wie folgt:

						Zoll.
Der	Zoll	Nro.	1	ausgedehnt	auf	1,0138
»	»	»	2	»	»	1,0138
»	»	»	3	»	»	1 —
»	»	»	4	»	»	1,1458 (*a*)
»	»	»	5	»	»	1,0138
»	»	»	6	»	»	1 —
»	»	»	7	»	»	1 —
»	»	»	8	»	»	1,0105
»	»	»	9	»	»	1 —
»	»	»	10	»	»	1 —
»	»	»	11	»	»	1 —
»	»	»	12	»	»	1 —
»	»	»	13	»	»	1 —
»	»	»	14	»	»	1,0140
der halbe	Zoll		15	»	»	0,5 —
Summe des gestreckten Maſses					.	14,7117.

Es betrug also über die ursprüngliche Länge im Ganzen die Streckung nur 0″,2117; ein Beweis für die ungemeine Festigkeit.

Der in Ansehung der feinen faserigen Beschaffenheit mit der vorigen Stange ganz übereinkommende Bruch war aber noch unregelmäſsiger, und so stark eingeleffzet, daſs es mir unmöglich fiel, die Stärke des Maſses der Reiſsfläche zu bestimmen, daher ich die Bemerkungen über die Stärke übergehen muſs, wenn ich nicht Muthmaſsungen für Wahrheit geben will, obwohl ich keinen Grund zu zweifeln habe, daſs das Eisen in solcher Beziehung von gleicher Kraft mit dem vorigen war.

Versuche mit Draht.

Schon der zuletzt angeführte Versuch hat bewiesen, wie weit die Kraft des Eisens durch die Bearbeitung desselben gebracht werden kann; noch deutlicher erweiset sich aber dieser wichtige Satz durch das zu Draht gezogene Eisen, ja es ist sogar aus diesen Drahtversuchen einleuchtend, dafs Hr. *Lagerhjelm* die Grenze der Cohäsion des Eisens, die er auf 52 Tonnen englischen Gewichts auf 1□ englischen Masses berechnet, noch viel zu eng bezeichnet hat. Dieses mag wohl für geschmiedetes und gewalztes Eisen annäherungsweise wahr seyn, ganz sicher aber ist es bei Draht weit gröfser. Die Herren *Soufflot* und *Rondelet*, sagt Hr. *Lagerhjelm* in seinem Werke Seite 173, fanden die Cohäsion im Draht schon 55 Tonnen auf den Quadratzoll. Da hatten sie gewifs nur mit ziemlich grob gezogenem Draht zu thun. Denn, wie die Versuche zeigen werden, die ich selbst gemacht habe, so fand ich einen Eisendraht, dessen Stärke auf den englischen Quadratzoll wohl 90 Tonnen beträgt; ich werde, wenn die Beschreibung des betreffenden Versuches an die Reihe kommt, besonders auf dieses Verhältnifs aufmerksam machen.

Schon im Jahre 1823 machte mein Bruder, der k. k. Wasserbauamts-Ingenieur, *Ferdinand* Edler von *Mitis*, Versuche über die absolute Festigkeit des Eisendrahtes, die er in einer Abhandlung, herausgegeben bei Herrn *Trentsensky* in Wien, bekannt machte. Ich wohnte diesen Versuchen selbst bei, und sie verdienen um so mehr vollen Glauben, da jede einzelne Drahtsorte fünf bis zwölf Mal wiederholt abgerissen worden ist, und nur der mittlere Durchschnitt der Resultate zum Anhaltspunct genommen wurde.

Der kubische Inhalt des Drahtes wurde nach dem Gewicht bestimmt, dabei das specifische Gewicht des

Eisens zu 7,713 angenommen, wornach die Länge eines prismatischen vierkantigen Eisenstabes von 1□″ Querschnitt und 6 Zoll Länge 11564 Gran unsers Gewichts wiegt. Die in Untersuchung genommenen Drähte wurden in Stücke von 6 Zoll Länge geschnitten, und mit Grangewicht ausgewogen. Die hier folgende Tabelle gibt in der ersten Columne das für ein 6″ langes Drahtstück gefundene Gewicht in Granen. Die zweite das Gewicht, welches zum Abreissen des Drahtes nöthig war. Die dritte die Anzahl der Drähte, welche erforderlich gewesen wären, um den kubischen Inhalt eines Eisenprisma zu bilden, dessen Länge 6″, und der Querschnitt 1□″ betragen würde. Die vierte Columne endlich das verhältnissmässige Gewicht, das ein solches Prisma von Eisen zu tragen im Stande wäre.

Tabelle der im Jahre 1823 mit Drahtgattungen gemachten Versuche.

Gewicht in Granen.	Stärke in Wiener Pfunden.	Anzahl der Drähte, um 1□″Querschn. zu bilden.	Stärke eines Eisenprisma v. 1 Quadratzoll Querschnitt.
5	53,8	2312	124430
6	46,9	1927	90372
8	65,45	1445	91718
9	66,5	1284	85446
10	77,1	1156	89159
14	106,5	826	87970
18,5	137	625	85637
23	152	502	76423
25	190	462	87887
29	199	398	79394
30	179,8	385	69307
31	214	373	79829
37	255,2	312	79671
47	312,6	246	76914
58	391,6	212	83086
62	377,2	186	70355
69	421,6	167	70658
98	553,6	118	65326

Diese Versuche waren nur in der Absicht unternommen, die absolute Stärke des Drahtes zu untersuchen, und beweisen, dafs diese mit der Feinheit desselben in der Regel zunimmt; denn die wenigen vorkommenden Ausnahmen rühren wohl von der individuellen Beschaffenheit des Eisens her, aus welchem der Draht gezogen worden, und aus anderen bei dem Zuge des Drahtes obwaltenden Verschiedenheiten. So viel aber gehet aus diesen Resultaten deutlich hervor, dafs die Stärke der ersten Drahtgattung bei einem Bündel von einem engl. Quadratzoll Querschnitt schon 66,12 Tonnen beträgt, selbst wenn man annimmt, dafs der Querschnitt des Drahtes sich beim Abreifsen nicht verjüngt hat.

Dagegen kommt die absolute Stärke der letzteren Drahtgattung, wenn man den ursprünglichen Querschnitt des Drahtes zum Anhaltspuncte nimmt, auch nur auf 34,03 Tonnen für den engl. Quadratzoll Querschnitt. Dafs aber bei dem eintretenden Bruche so dicker Drähte ganz bestimmt eine bedeutende Verjüngung des Querschnittes Statt findet, kann Jemanden, der mit solchen Versuchen vertraut ist, unmöglich zweifelhaft vorkommen.

Um diesen Theil der Untersuchungen über den Zustand des Eisens im Drahte etwas mehr durch Versuche zu erläutern, habe ich selbst noch folgende unternommen.

Ein Draht, welcher 0'',056416 im Durchmesser hatte, und in der Länge von 6 Zoll 33 Gran wog, wurde in die Hebelmaschine eingespannt, und forderte 212,5 Pfund Belastung, bis er abrifs. Da aber 358,2 solche Drähte erst einen Quadratzoll Eisen ausmachen würden, so ist die absolute Kraft desselben = 761,86 Pf. Ich hatte die ursprüngliche Länge des Drahtes gemessen, sie betrug 18''; nach dem Bruch fand ich die Länge

beider Stücke zusammen genommen 18″,112, und bemerkte an der Stelle des Bruches, daſs der Draht eine Schiefer hatte, die höchst wahrscheinlich durch den Zangenbiſs der ersten Züge entstanden seyn mag.

Den offenbar verjüngten Querschnitt zu messen war mir unmöglich, denn das Eisen war fast gänzlich in einzelne Fasern ausgezogen, an denen die mangelhafte Schiefer von auſsen hängen blieb.

Die Verlängerung betrug aber doch $\frac{1}{169}$tel der ganzen Länge, oder beinahe 0′,006 auf den Zoll. Gleichförmig war die Verjüngung des Querschnittes im ganzen Draht durchaus nicht, sondern sie hatte nur an der Bruchstelle, aber in einem sehr bedeutenden Grade Statt, und es ist gewiſs nicht überschätzt, wenn ich den Bruch-Querschnitt nur halb so groſs als den ursprünglichen annehme.

Rechnet man die Festigkeit nach dem ursprünglichen Querschnitt übertragen auf einen englischen Quadratzoll, so beträgt selbe 39,745 Tonnen, bei der angenommenen Verjüngung des Querschnittes aber 79,59 Tonnen.

Ferner habe ich einen weiteren Versuch mit einem Draht vorgenommen, der im spec. Gewichte 7,728, und auf 1 Fuſs Länge 15 Gran wog; dadurch kann man leicht berechnen, daſs 1575 Stücke erforderlich gewesen wären, um den Querschnitt von 1 Quadratzoll zu erhalten. Das Gewicht, das er bis zum erfolgten Bruch trug, war 64 Pfund, demnach

$$\overset{\text{℔}}{64} \times 1575 = \overset{\text{℔}}{100800}$$

seine absolute Stärke nach dem ursprünglichen Querschnitt; dieses macht auf 1□″ engl. Maſses schon für sich eine Cohäsion von 52,585 Tonnen, ohne im Geringsten Rücksicht auf die Verjüngung der Reiſsfläche zu nehmen, die doch hier gewiſs sehr bedeutend war, da

wir sehen werden, um wie viel der Draht bleibend ausgestreckt wurde, bis er brach.

Für diesen und die folgenden Versuche habe ich mir ein eigenes Gestelle zum Experimentiren verfertigt. Es bestand aus einem länglichen Rahmen von starken quadratischen Bohlen, die 3″ an jeder Seite maſsen, und aus Lerchbaumholz geschnitten waren. Im Lichten hatte der Rahmen in seiner Länge 55″, und in der Weite 20″. An der Auſsenseite einer der schmalen Seiten schraubte ich zwei starke Stifte ein, die dazu dienten, um den in Versuch genommenen Draht mittelst einer zusammengedrehten Schlinge, wie es bei Claviersaiten geschieht, einzuhängen und festzustellen; dann wurde der Draht nach der Länge der horizontal und hohl liegenden Rahme gezogen, und mit einer starken Stahlschraube über eine metallene Rolle gespannt, bis er einen seiner Stärke entsprechenden, aber möglich tiefen, reinen Ton gab.

Ich muſs bemerken, daſs der Draht wohl allerdings schon hiebei eine Dehnung erlitten haben muſs, allein, da ich kein Mittel wuſste, selbe zu messen, so habe ich sie vernachläſsiget, und mich nur bemüht, so wenig als möglich mehr Gewalt zur Spannung anzuwenden, als unumgänglich nöthig war, ihn gerade zu strecken.

So gestreckt, von der inneren Kante des schmalen Rahmenstückes, über welches der Draht auflag, damit die Schlinge nicht nachgeben konnte, bis an die Tangente der Rolle am Stahlschrauben, hatte jeder untersuchte Draht eine Länge von 49″,72.

Genau in der Mitte dieser Länge hatte ich eine Vorrichtung über den Rahmen gesetzt, mittelst der ich nicht nur Gewichte auf den gespannten Draht aufhängen, sondern auch zugleich die Beugung messen konnte, die er senkrecht abwärts erlitt. Auf diese Art suchte ich aus

der bekannten ursprünglichen halben Drahtlänge und aus der senkrechten Beugung die nunmehrige Länge des Drahtes in der schiefen Linie zu berechnen.

Noch muſs ich anfügen, daſs ich jederzeit zwei ganz gleiche Drähte in den Rahmen spannte, und sie gleich stimmte, aber nur den einen gewaltsam beugte, damit ich, so oft ich die dieses bewirkende Kraft beseitigte, beurtheilen konnte, ob der Draht noch seinen ursprünglichen Ton beibehalten hat; denn so lange dieses der Fall war, ist es sicher, daſs bei entferntem Druck, und daher bei aufgehobener Dehnung der Draht wieder sein altes Längenmaſs angenommen habe, mithin, daſs die Grenzen seiner Elasticität nicht überschritten waren.

Der eingespannte Draht wurde um 1″,43 herabgebogen, somit war seine ursprüngliche Länge von 49″,72 auf 49″,802 gebracht, mithin um $\frac{1}{606,34}$ verlängert. Als die Last, welche diese Beugung hervorbrachte, entfernt war, nahm der Draht wieder das alte Maſs der Länge ein; denn der Ton, den er gab, war derselbe wie vor der gewaltsamen Beugung.

Aus dem durch meine früheren Versuche bestimmten Modulus der Elasticität für Eisen:

$$\overset{\text{℔}}{23171547} \times \frac{1}{606,34} = \overset{\text{℔}}{48111},$$

ist die Gröſse der Last zu entnehmen, welche ein im gleichen Stande der Spannkraft befindliches Eisen bei 1□″ Querschnitt zu tragen im Stande ist, und zwar ohne Verletzung seiner Elasticität.

Nachdem dieses Kraftverhältniſs bestimmt war, so vermehrte ich die Beugungsgewalt so wie die Beugung selbst bis zum Bruch des Drahtes, welcher erst dann eintrat, als die Beugung 5″,72 erreicht hatte. Dadurch war die ursprüngliche Länge des Drahtes von 49″,72 auf

51″,18, mithin um den $\frac{1}{21,248}$ sten Theil verlängert. Als ich die abgerissenen Stücke des Drahtes wirklich maſs, so fand ich freilich nur, daſs er um 1″,7 länger geworden sey; allein dieserwegen war seine Ausdehnung vor dem Bruche doch 2″,18, und nur die im letzten Augenblicke des Bruches noch vorhandene groſse Elasticität hatte ihn um fast 0″,5 wieder zusammen gezogen.

In eben der Vorrichtung versuchte ich einen Draht, wovon die Länge eines Fuſses genau 6 Gran, dessen specifisches Gewicht aber 7,6344 betrug. Es würden also 3664 solche Drähte erst einen Querschnitt von 1□″ erhalten. Da nun 31,5 Pf. erforderlich wären, um diesen einzelnen Draht abzureiſsen, so würde

$$\overset{\text{℔}}{31,5} \times 3664 = \overset{\text{℔}}{115430}$$

die absolute Kraft dieses Querschnittes seyn, das macht auf 1□″ engl. Maſses 60,24 Tonnen. Er war noch vollkommen elastisch, und behielt bei der Aufhebung des Druckes seinen Ton, als er schon um 1″,7 aus der horizontalen geraden Linie gebogen war; seine Verlängerung betrug daher 0″,116, das ist $\frac{1}{428,62}$. Nimmt man nun denselben Modulus der Elasticität wie vorher, um aus selbem das Gewicht zu berechnen, das der Draht innerhalb der Grenzen seiner Spannkraft getragen hätte, so ist selber 54061 Pf.

Bei der weiter angebrachten Kraft, die eine Abweichung von 2″,75 bewirkte, sprang der Draht ab. Die hiedurch bewirkte Verlängerung war 0″,304 oder $\frac{1}{163,5}$. Hier ist also die Streckung fast acht Mal kleiner, dagegen die Dehnung innerhalb der Grenzen der Elasticität fast um 1,4 Mal gröſser, als beim vorher untersuchten Drahte.

Endlich habe ich noch einen feinen Draht untersucht. Dieser wog in der Länge eines Fufses 2 Gran; sein specifisches Gewicht war = 7,6316. Um selben abzureifsen, waren 11,5 Pf. nöthig; also da 10994 Stücke solchen Drahtes erst 1□‴ Querschnitt geben, so ist die absolute Stärke

$$\overset{\text{℔}}{11{,}5} \times 10994 = \overset{\text{℔}}{126642},$$

oder ein englischer Quadratzoll solchen Eisens trüge 66 Tonnen. Die Beugung, welche er ohne Nachtheil der Elasticität und ohne Änderung des Tones leiden konnte, betrug 2″,15, daher erfuhr er eine Verlängerung von 0″,186 oder $\frac{1}{267{,}3}$. Aus dieser Verlängerung und dem angenommenen Modulus der Spannkraft, wie in beiden vorigen Versuchen, ist das Gewicht, das solches 1□″ starkes Eisen trägt, 86684 Pf.

Bei Fortsetzung der gewaltsamen Dehnung bis zum Bruche erfolgte zuletzt eine 3″,35 tiefe Senkung, daraus die Verlängerung gegen die ursprüngliche Drahtlänge von 0″44, d. i. $\frac{1}{113}$ter Theil der Länge; hier ist die letzte Streckung nur beiläufig 5,4 Mal kleiner, als bei dem zuerst untersuchten Drahte, dagegen die Dehnung innerhalb der Spannkraftsgrenze mehr als doppelt zu grofs. Ich zweifle nicht, dafs ganz genaue Versuche künftig in dieser Beziehung die Verhältnisse noch weit richtiger bemerken lassen werden, und will dieses vorläufig nur als eine Andeutung hingeben.

Versuche mit Gufseisen.

Da zur Vervollständigung der Kenntnifs der Eigenschaften des in Gewerben und Künsten immer häufiger in Anwendung kommenden Eisens die Eigenschaften des Gufseisens gewifs eine ganz vorzügliche Rück-

sicht verdienen, so habe ich auch dieſsfalls mit einigen Versuchen mich beschäftiget, deren Resultate hier noch angefüget werden sollen.

Auf meine Bitte hat mich die k. k. Montanistische Hofkammer durch Überlieferung von sechs zu Maria-Zell gegossenen Stangen zum Behufe solcher Versuche gnädigst unterstützt. Mein Augenmerk bei den damit veranstalteten Versuchen ging wesentlich dahin, den Grad der Elasticität derselben, das heiſst das Gewicht auszumitteln, welches diesem Guſseisen bei transversaler Belastung auferleget werden kann ohne daſs dieses Gewicht eine bleibende Biegung bewirkt; ferner zu untersuchen, mit welchem Gewicht der Bruch des Guſseisens bei angebrachtem Seitendrucke erfolget.

Die Gröſsen der Dimensionen der erhaltenen Stangen waren folgende:

Die Länge betrug 4′, 6″. Ihr Querschnitt war ein Quadrat, dessen Seiten jede 1″ messen sollte. Dieses letzte Maſs war aber leider in Anbetracht der vollkommensten Genauigkeit, die ähnliche Versuche fordern, wenn sie zu Normalbestimmungen führen sollen, nicht sehr richtig, und es stimmte nicht nur nicht bei dem Vergleiche einer Stange mit der anderen überein, sondern selbst in ein und derselben Stange war der Querschnitt von einer für die practische Verwendung von Guſseisen wohl gleichgültigen, aber für Versuche immerhin noch bedeutenden Verschiedenheit.

Ich suchte wohl diesem Nachtheil dadurch zu begegnen, daſs ich jede solche Stange in ihrer Mitte auf allen vier Seiten glatt feilen, und dort einiger Maſsen ein vollkommenes Quadrat im Querschnitte herstellen lieſs, wo ich die Stangen belasten, biegen und brechen wollte, und dieses Maſs werde ich auch bei jeder besonders angeben.

Bei dem Gufs derselben wurden zwei solcher Stangen in Sandform, in horizontaler Lage; zwei in Sandform, vertical; eine in Thonform, horizontal; und endlich eine in Thonform, vertical, gefertiget.

Die verticalen, das ist in stehender Form gegossenen, hatten aber keinen besonderen Aufgufs oder sogenannten verlornen Kopf, welcher vielleicht eine gröfsere Dichtigkeit in der Stange bewirkt haben würde, aber wahrscheinlich die eine Hälfte dichter, die andere poröser gelassen haben dürfte.

Da ich die Resultate meiner Versuche über Gufseisen zu einer besseren Übersicht und einer möglichen Kürze in ihrer Beschreibung in einer Tabelle geben werde, so mufs ich auch noch erinnern, dafs ich nebst oben erwähnten sechs Gufseisenstangen auch noch zwei ganz ähnliche, in dem hiesigen k. k. Artillerie-Gufshause angefertigte, erhalten habe.

Die Schmelzung des Eisens dieser letzteren fand in einem Holzflammofen Statt, und die dabei verwendeten Flofsen waren Maria-Zeller Eisen, also eigentlich dasselbe Material, aber nur dadurch unterschieden, dafs selbe durch Umschmelzung und im Flammofen erzeugt wurden.

Ich bediente mich des, schon in meinem früheren, auf diesen Gegenstand Bezug habenden Aufsatze im vierten Bande dieser Zeitschrift, Seite 138, umständlich beschriebenen Extensiometers, der überdiefs noch mehrere nicht unwesentliche Verbesserungen für das genau zu nehmende Mafs der eintretenden Biegungen bei der Querbelastung erhielt, um meine Versuche anzustellen. Die Auflageprismen waren stets bei allen Versuchen gleich weit entfernt, und zwar 48″ W. M.

Ich erinnere dieses, und dafs ich mit meinen Belastungen stets gleich verfuhr, und allezeit nur von 10

zu 10 Pfund die Belastung der Stangen vermehrt habe, aus dem Grunde, damit es nicht nöthig sey, die Tabelle mit noch mehr Spalten zu versehen Aus gleichem Grunde habe ich auch in der für die Biegung bestimmten Columne dieser Tabelle nur die gröſste Biegung innerhalb der Grenzen der Elasticität angegeben, aus der sich leicht die jeder kleineren Belastung entsprechende Biegung berechnen läſst.

Um die Tabelle noch einfacher zu construiren, wurden die Columnen nur mit Buchstaben gezeichnet, deren Bedeutung ich hier ebenfalls mit einigen erläuternden Bemerkungen vorausgehen lasse.

A zeigt die Nummer des Versuches;

B die nähere Bezeichnung der Stange;

C und *D* das Maſs der Seiten, und zwar *C* die Höhe, *D* die Breite; und endlich

E den aus beiden vorhergehenden bestimmten Querschnitt.

Alle Stangen, die bei der Rauhheit, welche sie vom Guſs erhalten haben, gar zu schwer zu messen sind, wurden an der Stelle, wo die Belastung angebracht war, mit der Feile gehörig geebnet. Ich verlor freilich dadurch einen Theil der immer etwas härteren Guſshaut, und es mag seyn, daſs dadurch vielleicht die relative Kraft der Stangen etwas zu gering ausgemittelt ist; allein der Unterschied mag nicht so groſs seyn, als der Fehler der Rechnung bei Einführung eines nicht richtig gemessenen Querschnittes.

F zeigt das von mir selbst bestimmte specifische Gewicht des Eisens, dem Bruche zunächst bei einer Temperatur von + 15° C.

G zeigt das Gewicht, welches, als es wenigstens zwei bis drei Tage auf der Stange geruhet hatte, nach sei-

ner Abnahme noch keine meſsbare Spur einer bleibenden Krümmung bewirkte.

H ist das Maſs der Beugung an der Grenze der Elasticität.

I bezeichnet das Gewicht, bei dem der Bruch der Stange eintrat. Die Gewichte sind, wie immer, Wiener Pfunde; auch ist unter dem Gewicht allezeit das Gewicht der Stange und das Gewicht des zum Auflegen der Last nöthigen Apparates mit begriffen.

K Beugung im Augenblicke, bevor der Bruch erfolget ist.

L Verhältniſs der Gewalt, welche bei dem Versuche noch heine Änderung in der Kraft der Stange hervorbrachte, gegen jene Last, die den Bruch derselben herbeiführte.

M gibt die Gröſse des Gewichtes an, das eine Stange dieses Eisens auf einen Quadratzoll trägt, wenn es der Länge nach gezogen wird, ohne eine bleibende Änderung in seiner Structur zu erhalten. Berechnet so wie alles folgende nach *Thomas Tredgold.*

N die dabei Statt findende Ausdehnung nach Theilen der Länge.

O das Maſs der Elasticität.

A		*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
1.	In Maria-Zell.	Eine stehend in Lehmform gegossene Stange	1''	1''	1□''	7,0911	200 ℔
2.	In Maria-Zell.	Eine liegend in Lehmform gegossene Stange	1''	1'',05	1□'',05	7,14	200 »
3.	In Maria-Zell.	Eine liegend in Sandform gegossene Stange	1''	1'',05	1□'',05	7,0846	200 »
4.	In Maria-Zell.	detto.	1'	1'',08	1□'',08	7,065	200 »
5.	In Maria-Zell.	Eine stehend in Sandform gegossene Stange	1	1'	1□	7,147	190 »
6.	In Maria-Zell.	detto.	1	1	1□''	6,726	150 »
7.	Im k.k. Gußhause in Wien.	Eine liegend in Lehmform gegossene Stange	0'',95	0'',95	0□'',9025	7,1662	200 »
8.	Im k.k. Gußhause in Wien.	Eine stehend in Lehmform gegossene Stange	1''	0'',95	0□'',95	7,1563	200 »

Der Bruch war beim Maria-Zeller Eisen dunkelgrau, mit in der Mitte des Querschnittes etwas gröberem, metallisch glänzenden Korn, umgeben von einem viel feineren, aber auch bei weitem weniger glänzenden Korn. Das Eisen war in den fünf ersten Stangen ziemlich gleichförmig, dicht, ohne Blasen, nur die sechste Stange machte von dieser guten Beschaffenheit eine un-

H	I	K	L	M	N	O
0,389	540 ℔	—	1 : 2,7	14433 ℔	$\frac{1}{986}$	14211000 ℔
0,365	495 »	—	1 : 2,475	13714 »	$\frac{1}{1052}$	14428000 »
0,373	480 »	1″,135	1 : 2,4	13714 »	$\frac{1}{1029}$	14119000 »
0,3735	520 »	0″,8335	1 : 2,6	13333 »	$\frac{1}{1028}$	13708000 »
0,407	465 »	—	1 : 2,4	13680 »	$\frac{1}{943}$	12907000 »
0,2762	300 »	—	1 : 2	10800 »	$\frac{1}{1390}$	15000000 »
0,3	530 »	0″,7	1 : 2,65	16795 »	$\frac{1}{1347}$	22629000 »
0,35	540 »	0″,95	1 : 2,7	15157 »	$\frac{1}{1097}$	16630000 »

günstige Ausnahme, da selbe in hohem Grade porös, und mit vielen bedeutend groſsen, ganz metallisch glänzenden, mehrere Linien im Durchmesser haltenden Eisenschroten eingesprengt war. Überhaupt hat der Guſs dieser Stange gänzlich miſsrathen, und es scheint, daſs das Eisen schon zu kalt war, als die Stange gegossen worden ist; sie kann also eigentlich

gar nicht Einflufs auf die Beurtheilung dieser Versuche nehmen.

Was die beiden aus dem Flammofen gegossenen Eisenstangen anbelangt, so war die Farbe des Bruches bedeutend lichter, das Korn durchaus gleich, weit feiner als das mittlere der vorigen Stangen, aber doch gröber als das Korn, das jene an den äufseren fast ein und eine halbe Linie starken Rand umgab, wo der Bruch fast wie mit Staub bedeckt aussah.

Wenn man in Ansehung der Stärke, die das Maria-Zeller Eisen in den ersten fünf Stangen zeigte, einen Durchschnitt annimmt, der da zeiget, dafs selbe innerhalb der Grenzen ihrer Elasticität auf 1□ Querschnitt einer Gewalt von 13775 Pf. widerstanden haben, so ist unser steiermärkisches Gufseisen beiläufig um 450 Pf. auf den Quadratzoll stärker, als das englische nach *Tredgold's* Versuchen. Beträchtlich mehr Stärke zeigt aber das aus dem Flammofen erzeugte Gufseisen. Sie betrug im Durchschnitte 15976 Pf., also um 2650 Pf. mehr als englisches, und über 20 Centner mehr als Maria-Zeller Gufs.

In Rücksicht auf Biegsamkeit ist das Maria-Zeller Eisen im Allgemeinen sowohl dem englischen als dem aus dem Flammofen erzeugten offenbar voraus, wie die Columne *N* zeigt. Ich mufs aber bemerken, dafs in diesem Betracht die stehend gegossenen Stangen einen nicht ganz richtigen Anhaltpunct zu gewähren scheinen, denn alle in den Versuchen gebrauchten Stangen waren ohne Ausnahme ohne einen sogenannten verlornen Kopf oder Übergufs angefertigt, und es ist doch eine in aller Art von Gufs erprobte Sache, dafs vertical gegossene Metalle stets aufwärts minder dicht als am Boden ausfallen. Das mufs dann nothwendig einen Einflufs auf ihre Biegsamkeit haben. Dafs dieser Einflufs ungünstig für den ste-

henden Guſs sey, beweiset am besten der Vergleich der Stangen Nro. 7 und 8. Die erste ist bei weitem kräftiger, und nicht so leicht biegsam als die zweite, ja sie übertrifft auch das englische Eisen, welches bei dem Maximum seiner Belastung sich nur $\frac{1}{1200}$ biegt.

Daſs auch die Stange Nro. 6, die in allen übrigen als abnorm zu betrachten ist, eine so geringe Biegsamkeit zeigte, mag bloſs daher kommen, daſs in selber so viele hohle und gewölbte Räume enthalten waren.

Es ist übrigens nach dem Umstande, zu welchem Gebrauch man das Eisen bestimmt, die Frage erst zu entscheiden: ob mehr oder weniger Beugsamkeit ein Vortheil oder Nachtheil sey?

In Bezug auf die brechende Gewalt, die durch I ausgedrückt ist, zeigt sich wohl, daſs im Durchschnitte ungefähr zwei und ein halb Mal so viel Kraft erforderlich sey, um Guſseisen zu brechen, als dieses Material in der Anwendung ohne alle Gefahr tragen kann; und ferner, daſs die dem Bruch vorausgehende Beugung der Stangen etwa eben so viel gröſser, ja sogar drei Mal und noch mehr sich bedeutender als die Beugung inner der Grenzen der Elasticität zeige.

Da übrigens die höchste Genauigkeit in der Kenntniſs der Last, welche eine Eisenstange bricht, nach meiner Ansicht wohl wenig practischen Nutzen haben kann (denn wer wird wohl jemals in den Fall kommen, Eisen in dieser Beziehung anzuwenden), so gestehe ich gerne, daſs dieser Theil meiner Versuche nicht jenen Grad der Sorgſalt genossen habe, die erforderlich gewesen wäre, um alle Umstände zu entfernen, die ausser dem Gewichte den Bruch selbst bald befördern, bald verzögern könnten, z. B. kleine Erschütterungen, längeres oder kürzeres Belasten etc. Daher mag es auch kommen, daſs die Stange im siebenten Versuche, wel-

che im Verhältnifs der nützlichen Kraft unstreitig die stärkste war, doch hinter zwei anderen Stangen zurückblieb.

Der Modulus bei dem Versuche Nro. 6 ist bedeutend grofs, aber eigentlich gar nicht richtig, denn die geringe Beugung, welche diese Stange bei der Belastung erlitten hat, scheint gar nicht aus der geringen Verschiebbarkeit des Eisens in der Stange, sondern aus dem Widerstande ihrer inneren Form herzukommen, wie ich oben schon angedeutet habe; ich nahm diese Daten in Bezug auf den sechsten Versuch nur darum auf, um zu zeigen, dafs die Resultate solcher Versuche, wenn man nicht auf alle Umstände sehr genau Acht hat, sehr leicht täuschen können.

Dieses sind nun sämmtliche Arbeiten und Versuche, die ich in Beziehung auf die wichtigen Eigenschaften des nützlichsten Metalles gemacht habe, und von deren Resultaten ich immerhin glaube, dafs sie einige Aufmerksamkeit verdienen.

Jede Berichtigung, ja selbst Widerlegung meiner Ansichten wird mich als Freund der Sache stets erfreuen, und ich will mich gerne mit dem geringen Verdienste begnügen, nützliche Versuche angeregt, und dadurch das weite, ziemlich dunkle Gebiet der Kenntnifs solcher Gegenstände in meinem Vaterlande, wenn auch nur mit einem schwachen Schimmer des Lichtes, beleuchtet zu haben.

IV.

Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

---

1. Luftpumpe mit zwei doppelt wirkenden Stiefeln.

Partington beschreibt in seinem im Jahre 1828 zu London herausgekommenen *Manuel of natural and experimental Philosophy, tom I, p.* 109 eine Luftpumpe, welche sich durch ihren sinnreichen Bau den Künstlern eben sowohl als jedem Kenner physikalischer Instrumente überhaupt empfehlen muſs, und ganz besonders zu schnellen Luftverdünnungen geeignet ist. Fig. 7 stellt dieses Instrument so vor, daſs man es mit seiner inneren Einrichtung und mit dem Gestelle zugleich sieht. *A* und *B* sind die zwei Stiefel, *C* und *D* die zwei Kolben mit ihren Stangen *E* und *F*. Die Stiefel stehen mit ihrem unteren Ende auf einer ebenen Bodenplatte, und sind am oberen Ende mit einer Stopfbüchse versehen, durch welche die Kolbenstangen luftdicht gehen, und die nach oben zu eine schalenförmige Vertiefung haben, um Öhl aufzunehmen. Jeder der beiden Stiefel besteht aus zwei über einander befindlichen Stücken, welche mittelst Schrauben fest verbunden sind, und mittelst eines breiten, auswärts gebogenen Randes den Zutritt der Luft in das Innere vollkommen abhalten. Der obere Theil *G* hat an der inneren und äuſseren Wand einen mit der Axe des Stiefels parallel laufenden Canal (welcher in der Zeichnung durch einen dicken schwarzen Strich bezeichnet ist), der oben und unten sich ins Innere des Stiefels mündet. Die Länge dieses Canals ist so beschaffen, daſs selbst in dem Falle, wo der Kolben den höchsten Stand

hat, die untere Einmündung frei bleibt. An der äufseren Seite jedes Cylinders laufen von oben bis unten verticale Canäle *M*, *M*, die wie Klammern oben und unten nach einwärts gebogen sind, und beiderseits mit Canälen communiciren, die ins Innere der Stiefel führen. Ein ähnlicher verticaler Canal *K* befindet sich zwischen beiden Stiefeln, und communicirt unten durch die Röhre *ff* mit dem Inneren der Stiefel, oben aber geht er in den Canal *H*, der mit dem (in der Zeichnung nicht sichtbaren) Recipienten in Verbindung steht. Seitencanäle *a* führen oben von *H* in die Stiefel.

Jeder Stiefel hat vier Klappen, deren zwei, *b* und *c*, am unteren Boden angebracht sind, und aus geöhltem Seidenzeug bestehen, wie er bei Ventilluftpumpen angewendet zu werden pflegt, während von den oberen, *d* und *e*, nur die Ventile *d* auf ähnliche Weise construirt sind; die in *e* werden durch cylindrische Stangen *L* vertreten. Die Ventile *b* öffnen sich von innen nach aufsen, und setzen den Raum des Stiefels unter dem Kolben mit der äufseren Luft in Communication, die Ventile *c* hingegen öffnen sich von aufsen nach innen, und stellen die Communication zwischen dem unter dem Kolben befindlichen Raum des Stiefels und dem Recipienten mittelst der Röhre *K* her. Die Ventile *d* öffnen sich von innen nach aufsen, und bewirken die Communication zwischen dem Raum des Stiefels über dem Kolben durch den Canal *M* mit der äufseren Luft; die Ventile *e* endlich haben die Bestimmung, durch den Wandcanal den Raum ober den Kolben mit den Recipienten zu verbinden.

Die Kolbenstangen *E* sind im unteren Theile cylindrisch ausgearbeitet, gehen aber oben in eine vierkantige gezähnte Stange über, welche in ein Zahnrad eingreift, und durch dieses bewegt werden können. Mit den Kolbenstangen sind mittelst eines zweiarmigen Hebels *h*

die Ventilstangen *L* in Verbindung gebracht, so daſs diese herabgedrückt werden, wenn jene steigen, und umgekehrt. Damit diese Bewegung zweckmäſsig vor sich gehe, ist der innere Arm des Hebels nicht unmittelbar mit der Ventilstange verbunden, sondern diese Verbindung ist durch eine Krücke *g* vermittelt. Der untere Theil dieser Krücke ist an eine Hülse *f* befestiget, die sich längs der Ventilstange, welche an dieser Stelle etwas verjüngt ist, auf und ab schieben läſst, und sich zwischen Spiralfedern befindet. Diese Spiralfedern bestimmen die Bewegung der Ventilstangen so, daſs sie zu rechter Zeit den Canal *e* öffnen und schlieſsen.

Wenn nun ein Kolben im Steigen begriffen ist, so verschlieſst die ihm zunächst stehende Ventilstange einen Canal *e*; die über dem Kolben dieses Stiefels befindliche Luft kann nicht in den Recipienten zurückgehen, sondern muſs durch das Ventil *d* und den Canal *M* ins Freie gelangen, während unter diesem Kolben ein leerer oder mit verdünnter Luft erfüllter Raum sich bildet, in den sich die Luft aus dem Recipienten durch *H*, *K*, *f* und das Ventil *c* ergieſst. Sinkt der Kolben, so hebt sich die Ventilstange *e*, gestattet der Luft aus dem Recipienten durch den Canal *a* den Eintritt in den Raum über dem Kolben, der luftleer oder mit sehr verdünnter Luft erfüllt ist, und die Luft unter dem Kolben wird durch das Ventil *b* ins Freie getrieben. Da nun immer einer der beiden Kolben im Sinken, der andere im Steigen begriffen ist, so wird stets ein Stiefel über, der andere unter dem Kolben Luft aus dem Recipienten schöpfen, und darum die Wirkung doppelt so groſs seyn, wie bei den gewöhnlichen Luftpumpen mit zwei Stiefeln.

Die Ventile der Luftpumpen werden bekanntlich leicht schadhaft, und man zieht darum oft sogar den zweistieſligen Pumpen die einstieſligen vor, weil in zwei

Stiefeln leichter eine Beschädigung eintritt, als in einem, und eine Verletzung in einem Stiefel die ganze Pumpe unbrauchbar macht. Von dieser Seite betrachtet hätte man daher um so mehr Grund, diese Luftpumpe einer einstiefligen nachzusetzen. Allein der Verfertiger, als welchen *Partington* den Mechanikus *Style* angibt, hat es durch eine sehr einfache Vorrichtung dahin gebracht, dafs die Pumpe augenblicklich so eingerichtet werden kann, dafs jeder Stiefel nur einfach wirkt. Wird z. B. ein unteres Ventil verletzt, so schliefst man nur durch einen eigenen Hahn *o* den Canal *K*, und es werden die unteren Ventile ganz unthätig gemacht. Ist hingegen ein oberes Ventil verletzt, so setzt man die Hülsen *f* aufser Verbindung mit dem Hebel *h*, und dann schliefsen die Spiralfedern durch einen abwärts gerichteten Druck die Canäle *a*, und es wirkt die Pumpe nur einseitig mit ihren unteren Ventilen.

2. *Amici's* neuere Einrichtung des zusammengesetzten dioptrischen Mikroskopes.

Mehrere französische Zeitschriften erwähnen seit einiger Zeit des *horizontalen* achromatischen Mikroskopes von *Amici* mit grofsem Lobe. Da wir kürzlich Gelegenheit hatten, eine Zeichnung dieses Instrumentes zu sehen, so theilen wir unseren Lesern in der 8ten Figur der beiliegenden Kupfertafel eine Copie derselben nebst einer kurzen Erläuterung mit.

A, *B*, *C* sind die an der unteren Seite des einen Endes einer horizontalen Röhre anzuschraubenden achromatischen Objective, deren optische Axe dem zu Folge vertical steht, und verlängert den auf dem Objecttische *F* liegenden Gegenstand trifft. Von diesen Objectiven ist entweder das schwächste *A* allein zu gebrauchen, oder es wird dieses mit dem stärkeren *B* verbunden,

oder man verbindet alle drei Objective mit einander. Die von dem Gegenstande ausgehenden und von den Objectivlinsen gebrochenen Lichtstrahlen werden, ehe sie das Bild des Gegenstandes hervorbringen, von der horizontalen Kathete eines über den Objectiven befindlichen gleichschenkligen rechtwinkligen Glasprismas aufgenommen, an der Hypothenuse desselben reflectirt, und durch die verticale Kathete dieses Prismas hindurch dem Ocularapparate *D* zugesendet. Es können daher mittelst eines Oculars durch Wechselung der Objective drei verschiedene Vergröſserungen erhalten werden, und da sich bei einem solchen Instrumente fünf Ocularaufsätze befinden, so erlaubt dasselbe funfzehn verschiedene Vergröſserungen, deren Anzahl jedoch in den meisten Fällen, weil das fünfte Ocular für die Combination der Objective *A*, *B* zu scharf, und eben so die Vergrösserungskraft des vierten und fünften Oculars jener des Objectives *A* nicht angemessen ist, sich auf zwölf reducirt.

Die Verbindung der drei Objective *A*, *B*, *C* dient nur für durchsichtige Gegenstände. Undurchsichtige Gegenstände werden mittelst der andern Objective betrachtet, und mit Hülfe eines in der Mitte durchbrochenen Hohlspiegels oder auch mit Hülfe der Linse *E* beleuchtet. Läſst man auf den zu beobachtenden Gegenstand zur stärkeren Beleuchtung desselben Sonnenstrahlen auffallen, welche der Beleuchtungsspiegel dem so eben erwähnten Hohlspiegel zusendet, so mäſsiget man die zu groſse Intensität des Lichtes durch ein unter den Objecttisch gestelltes mattgeschliffenes Glas, oder bei Betrachtung durchsichtiger Gegenstände, indem man die Vorrichtung *H* zu Hülfe nimmt, welche, wie die Figur zeigt, eine mit Öffnungen von verschiedener Gröſse versehene, um ihren Mittelpunct bewegliche Scheibe trägt, und ein

mattes Glasscheibchen, welches man vor die gewählte Öffnung setzt.

L, *M* sind zwei Mikrometerschrauben, mittelst welcher der Gegenstand zur Messung seines Durchmessers horizontal verschoben werden kann. Der ganze Objecttisch wird durch die Stellschraube *N* in der nöthigen Höhe erhalten.

Amici soll mit diesem Instrumente die Vergröſserungen bei hinreichender Deutlichkeit über das 1000fache des Durchmessers des Gegenstandes, wenn die Sehweite für das unbewaffnete Auge = 8 Zoll gesetzt wird, bringen können. Da wir durch die Leistungen des hiesigen Optikers *Plöſsl*, welcher, ohne von der Einrichtung, welche *Amici* dem Mikroskope gegeben hat, das Geringste zu wissen, seit einem Jahre gleichfalls die achromatischen Objective seiner Mikroskope mit einander verbindet (s. diese Zeitschr. B. V. S. 94 u. 140), die groſsen Vorzüge der zusammengesetzten Objective aus eigener Anschauung kennen, so bezweifeln wir diese Resultate nicht im Geringsten; übrigens überlassen wir es dem Leser selbst zu beurtheilen, ob der Lichtverlust, welchen die Anwendung des Prismas herbeiführt, durch die Bequemlichkeit der horizontalen Position des Rohres ersetzt wird, und ob es nicht zweckmäſsiger ist, dem Gestelle des Mikroskopes, wie es Herr *Plöſsl* thut, eine Einrichtung zu geben, welche das Rohr, wenn man keine Flüssigkeit untersucht, wozu starke Vergröſserungen ohnehin nicht tauglich sind, nach Belieben vertical, schief und horizontal zu stellen gestattet.

V.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Allgemeine Physik.

Über den Ausfluſs und den Druck des Sandes. Von *Huber-Burnand.*

(Bib. univ. Janv. 1829, p. 22.)

Huber-Burnand hat vor zwei Jahren der physikalischen und naturhistorischen Gesellschaft zu Genf einen Windmesser mitgetheilt, bei welchem die Stärke und Dauer des Windes durch die Menge des Sandes gemessen wurde, welche aus einer Öffnung, die sich nach Verhältniſs des Windes vergröſserte oder verkleinerte, ausfloſs. *Prevost* veranlaſste den Einsender erst noch einige Versuche über die Gesetze des Sandausflusses anzustellen, um gewiſs zu seyn, ob sich der Sand nicht bis zu einer bestimmten Grenze wie beim Ausflieſsen wie eine tropfbare Flüssigkeit verhält. Dasjenige nun, was diese Versuche gelehrt haben, folgt hier in Kürze.

Bei Versuchen über den Ausfluſs des Sandes ist die Beschaffenheit des letzteren von groſsem Belange. Soll der Ausfluſs nur einiger Maſsen regelmäſsig vor sich gehen, so muſs der Sand sorgfältig gesiebt aber doch nicht so fein seyn, wie der sogenannte Guſssand, der immer in Absätzen ausflieſst. Ziegelsand, durch ein Musselinsieb getrieben, das innerhalb eines Centimeters 15 — 18 Fäden hat, leistet dieselben Dienste. Die Ausfluſsöffnung muſs wenigstens 2 Millimeter breit seyn. Zu den Versuchen wurden zwei hölzerne Gefäſse gebraucht, deren eines 8 Decim. hoch und 3 Decim. lang, das andere 12 Decim. hoch und 1 Decim. lang war. Oben wa-

ren beide offen, am Boden hatte jedes eine Vorrichtung, um die Öffnung nach Belieben vergröſsern und verkleinern zu können. Die Ränder der Öffnung waren sehr dünn zugearbeitet. Eine gute Secundenuhr diente zum Zeitmesser, eine sehr genaue Wage zur Gewichtsbestimmung, und eine graduirte Glasröhre zur Ausmittelung des Rauminhaltes des Sandes.

In Betreff des Sandausflusses ergab sich das merkwürdige Resultat, daſs die in einer bestimmten Zeit ausflieſsende Sandmenge dem Volumen und dem Gewichte nach von der Höhe der über der Öffnung befindlichen Sandsäule gänzlich unabhängig ist. Bei den verschiedenen Versuchen, wovon jeder etwa 3 Minuten dauerte, wurden Sandsäulen angewendet, deren eine die andere zehn Mal an Höhe übertraf, und doch ergab sich bei allen dasselbe Resultat. Die durch eine 2 — 3 Millim. weite Öffnung ausflieſsende Sandmenge stand im geraden Verhältnisse mit der Länge der Öffnung, aber bei der geringsten Änderung ihrer Breite änderte sich die Ausfluſsmenge in einem gröſseren Verhältnisse, als in welchem sich der Querschnitt der Öffnung geändert hatte. Durch eine Seitenöffnung flieſst der Sand wie durch eine Bodenöffnung aus, und auch hier ist die Ausfluſsmenge von der Höhe der Sandsäule unabhängig. Wenn aber der Durchmesser der Öffnung nicht gröſser ist, als die Dicke der Seitenwand, so flieſst kein Körnchen heraus, die Sandsäule mag was immer für eine Höhe haben. Auch der Druck, den man auf den Sand von oben ausübt, bewirkt keine gröſsere Ausfluſsmenge, wenigstens zeigten Eisenmassen von 12 — 25 Kilogramm, die man bei den Versuchen anwendete, keinen Einfluſs. Ein gerade über der Bodenöffnung senkrecht in den Sand gestellter Stab sank mit dem Sande in vollkommen gleichförmiger Bewegung, ohne sich nur im Geringsten auf

die eine oder andere Seite zu neigen. Ein 38 Centim. langer Stab sank in einer Secunde oder in einer Minute um 1 Centim., wie man es wollte. Ein in den Kasten gestelltes Schaufelrad, dessen Axe durch die Gefäſswand ging, und mit einem Zeiger versehen war, drehte sich äuſserst regelmäſsig, aber sehr langsam. Ein Stab, der auſserhalb des Mittelpunctes der Bewegung, und einer Seitenwand näher war als der gegenüberstehenden, neigte sich sehr gleichförmig wie ein Uhrzeiger, sank aber dabei, und näherte sich dem Mittelpuncte der Bewegung. Es hängt die Geschwindigkeit, mit welcher sich ein solcher Stab bewegt, von dem Orte, den er im Sande einnimmt, und von der Gröſse der Ausfluſsöffnung ab, und steht wahrscheinlich mit dem Verhältnisse der in einer bestimmten Zeit ausflieſsenden zu der im Gefäſse zurückbleibenden Sandmenge in Verbindung. Nach des Verfassers Meinung dürfte man schwerlich eine Naturkraft finden, die eine so vollkommen gleichförmige, von der Schwere, der Reibung und dem Luftwiderstande unabhängige Bewegung hervorbringt, wie sie beim Ausfluſs des Sandes Statt findet.

Auſser dem Ausflusse des Sandes wurde auch noch dessen Bewegung über eine schiefe Ebene untersucht. Zuerst wurden einzelne Sandkörner auf eine Ebene gelegt, die sich nach Belieben gegen den Horizont neigen lieſs. Sie gleiteten erst bei einem Erhöhungswinkel von 30° hinab, nur einige brauchten dazu einen Winkel von 40°. Auch die Oberfläche des Sandes war nach Abfluſs eines Theiles desselben nicht horizontal, sondern unter 30—33°, selten unter 35° geneigt.

Beim Druck verhält sich der Sand auf eine eigene Weise. Es wurde ein Ey in einem mit Sand gefüllten Gefäſse einige Zoll hoch mit Sand bedeckt, und auf denselben ein Gewicht von 25 Kilog. gegeben. Das Ey

blieb unversehrt. Dasselbe fand Statt, als der Sand durch eine Ausflufsöffnung abfliefsen konnte, und sich so die ganze Masse mit dem Ey senkte. Es verhält sich demnach hier der Sand wie eine Flüssigkeit, und ein einseitiger Druck pflanzt sich auch in diesem nach allen Richtungen gleichmäfsig fort.

Um den Bodendruck des Sandes kennen zu lernen, wurden mehrere Versuche angestellt, von denen hier nur zwei angeführt werden sollen, welche hinreichend darthun, wie sich die Sache verhält.

In ein zweiarmiges Communicationsgefäfs wurde Quecksilber gegossen, und als dieses sich ins Gleichgewicht gesetzt hatte, die Höhe der flüssigen Säule genau notirt. Hierauf wurde in einen Arm Sand gegeben, und man hätte erwarten sollen, dafs durch den Druck desselben das Quecksilber im anderen Arme zum Steigen gebracht werden müsse. Allein die Erfahrung lehrte das Gegentheil, und das Quecksilber behauptete seinen alten Platz unverändert. Man nehme eine beiderseits offene, etwa 1 Zoll weite und beliebig lange Röhre, drücke an ein Ende derselben ein Blatt feines Papier an, um die Form des Bodens darauf abzudrücken, ziehe es hierauf weg, benetze es etwas mit Wasser, und klebe es so auf den Rand der Öffnung. Wird nun die Röhre mit Sand gefüllt, während sie auf einer festen Unterlage ruht, und dann sachte weggehoben, so vermag der Druck des Sandes nicht einmal das Papier, welches doch nur schwach am Boden klebt, wegzutreiben und heraus zu fliefsen.

B. Electricität.

1. Versuche über electrische Leitung. Von *Ritschie.*

(Phil. transact. 1828. *P. II.*, *p.* 373*)*

Ritschie hat eine Reihe von Versuchen angestellt, um das Verhalten der Körper gegen die Electricität in Betreff der Leitungsfähigkeit der letzteren genauer auszumitteln, und unseren bisherigen Ansichten über diesen Gegenstand entweder eine andere Richtung zu geben, oder sie zu bekräftigen. Diese Versuche sollen hier in Kürze angegeben werden:

1. Es wurden an zwei Thermometerröhren Kugeln mit sehr dünnen Wänden angeblasen, in jede derselben ein Draht gesteckt, dessen Ende der inneren Kugelwand möglichst nahe war, und dann beide Glasstücke zusammen geschmolzen, um auf diese Weise einen von Glas umgebenen electrischen Leiter zu erhalten. Wurde nun eine der zwei Kugeln in die Nähe des Conductors einer Electrisirmaschine gebracht, so gingen von demselben in die eine Kugel Funken über, und konnten aus der zweiten vom Conductor abgewendeten eben so gezogen werden, als wenn die Glashülle gar nicht vorhanden wäre. Waren die Glaskugeln so dick, wie gewöhnliche Thermometerkugeln, und wurden aus einer Stelle mehrere Funken gezogen, so nahmen sie nahe immer denselben Weg. Daraus schloſs *Ritschie*, das Glas sey durchbohrt worden; doch konnte er mit freiem Auge keine Öffnung entdecken. Wurden aber die zwei Glasröhren aus einander genommen, aus einer mittelst Hitze die Luft vertrieben, und das offene Ende in Quecksilber getaucht, so stieg dieses zwar anfangs, sank aber bald wieder herab, zum Beweise, daſs das Glas doch eine, wenn auch nur sehr kleine Öffnung haben muſste, und

daher beim vorigen Versuch die Electricität wirklich durch diese an den metallenen Leiter gelangt seyn mag. Eine Wiederholung dieses Versuches mit möglichst dünnen Glaskugeln lieferte aber den Beweis, daſs die Electricität durch das Glas geht, ohne es zu durchbohren.

2. Einer Leidnerflasche, die sich unter dem Recipienten einer Luftpumpe befand, kann man mittelst einer Electrisirmaschine eine desto stärkere Ladung ertheilen, je dichter die im Recipienten befindliche Luft ist. Bei verdünnter Luft ist diese Ladung stets nur schwach, und bei einem gewissen Grade der Verdünnung, wo nämlich der Luftdruck der Repulsivkraft der Theile des electrischen Fluidums das Gleichgewicht hält, läſst sich der Flasche gar keine Ladung mehr beibringen. Dieses beweiset die Richtigkeit unserer Ansicht, nach welcher die Luft das Ausströmen der Electricität eben so verhindert, wie das Ausstrahlen der Wärme und das Entstehen der Dünste.

3. Setzt man das eine Ende eines Eisenstabes mit dem Conductor oder den Reibzeugen einer Electrisirmaschine in Verbindung, und bringt das andere desselben zum Weiſsglühen, so flieſst durch ihn die positive sowohl als die negative Electricität in einem ununterbrochenen Strom in eine nahe Metallkugel ab. So wie die Stange in die Rothglühhitze übergeht, wird die Continuität des Stromes unterbrochen und in eine schnelle Aufeinanderfolge kurzer Funken verwandelt, und dieses desto mehr, je stärker die Stange auskühlt. Hier vertritt die Hitze die Stelle der Luftpumpe, und verdünnt die Luft, eben so wie dieses im vorhergehenden Versuche letztere that.

4. Dasselbe beweisen auch noch folgende Versuche: Man nehme zwei Eisenstäbe, mache von jedem ein Ende weiſsglühend, und bringe beide in dieselbe

Richtung so, dafs die erhitzten Theile einander zugewendet sind, aber um eine gewisse Gröfse von einander abstehen. Werden nun die kalt gebliebenen Enden dieser zwei Stangen mit den zwei Belegungen einer geladenen Leidnerflasche verbunden, so erfolgt eine Entladung derselben, selbst wenn die heifsen Enden eine Entfernung von einander haben, bei welcher die Ausladung der Flasche durch die kalten Stäbe unterbleibt.

5. Man stelle die Enden zweier Metalldrähte in eine lange, durch ein Löthrohr angefachte Flamme, und bringe die zwei anderen Enden mit einer Leidnerflasche in Verbindung. Die Entladung der Flasche wird nicht unterbleiben. Hier befinden sich nämlich die zwei heifsen Drahtenden da, wo die Flamme einen hohlen, mit verdünnter Luft erfüllten Kegel bildet. Man braucht darum, setzt *Ritschie* hinzu, die Flamme nicht als eigentlichen Leiter der Electricität im gewöhnlichen Sinne dieses Wortes zu betrachten, sie ist dieses nur, weil sich in ihr eine Art Vacuum bildet. Ob man aber mit dieser Ansicht *Ritschie's* das einpolige Leitungsvermögen der Flammen vereinigen kann? *(B.)*

Ein ähnliches Phänomen tritt manchmal bei vulcanischen Entladungen ein. Man bemerkt nämlich oft, dafs während eines Gewitters, das einen solchen Ausbruch begleitet, der Blitz in die Flamme oder in die geschmolzene Lava hineinfährt, als würde er davon angezogen.

Bekanntlich werden auch schlechte Leiter durch Hitze in bessere verwandelt. Dieses ist z. B. bei Glas der Fall, und *Ritschie* meint, es rühre dieses davon her, dafs kaltes Glas eine starke Anziehung zum electrischen Fluidum habe. Sobald es aber erhitzt, d. h. mit Wärme gesättiget ist, die wenigstens als ein Bestandtheil *(ingredients)* der Electricität angesehen werden mufs, so ist auch jene Anziehung zur Electricität geringer, und

es gestattet demselben einen freien Durchgang. Auf die Leitungsfähigkeit guter Leiter hat die Wärme nur geringen Einfluſs, weil ihre Anziehung zur Electricität ohnehin nur gering ist; übrigens muſs die Leitungsfähigkeit aller Körper durch die Wärme zunehmen. Dieses hat *Marianini* für Flüssigkeiten nachgewiesen, und *Ritschie* will es bei Leitern aller Art bemerkt haben. Die Erfahrungen *Davy's*, nach welchem die Wärme die Leitungsfähigkeit der Metalle schwächt, glaubt *Ritschie* aus einem Electricitätsverluste durch die verdünnte Luft erklären zu können, besonders wenn man sich dünner Metalldrähte bedient. Obige Ansicht dürfte wohl Wenigen genügen, da sie nur auf Voraussetzungen über die Natur der Electricität beruht, die sich schwerlich nachweisen lassen dürften, und durchaus nicht geeignet ist, mehr Klarheit in die Sache zu bringen.

6. Daſs Metalle durch Erhitzung bessere Leiter werden, sucht *Ritschie* auf folgende Weise zu zeigen: Man bringe einen Eisendraht in die Form, welche Fig. 9 vorstellt, versehe ihn in *B* und *C* mit Metallkugeln, lasse ihn aber in *A* in eine Spitze auslaufen. Man ziehe ferner eine Glasröhre in ein 6 Zoll langes Stängelchen aus, und hänge dieses mittelst eines Glasfadens auf, so daſs es zwischen *B* und *C* schwebt. Nun erhitze man *AB* in der Mitte, bringe den Apparat auf einem isolirenden Gestelle mit *A* in die Nähe des Conductors einer Electrisirmaschine, drehe aber mittelst des verticalen Fadens den Glasstab so, daſs *D* von *B* mehr als von *C* angezogen wird, fahre fort, die Maschine in Bewegung zu setzen, und beobachte, was während des Erkaltens von *AB* erfolgt. Man wird finden, daſs *D* von *B* immer weniger angezogen wird.

7. Um die Wahrheit, daſs Metalle durch Erhitzung an Leitungsfähigkeit gewinnen, ganz auſser Zweifel zu

setzen, wurde noch folgender Versuch angestellt. Man bringe die Stelle *E* des Drahtarmes *AB* zur Rothglühhitze, bringe in die Nähe von *B* und *C* zwei mit der Erde leitend verbundene Metallkugeln, so dafs in beide die Electricität, welche durch *A* in den Apparat gelangt, gleich stark übergeht. Beim Erkalten von *E* hört die Electricität auf durch *B* abzufliefsen, und geht ungetheilt durch *C*. Stellt man die Metallkugeln anfangs so, dafs alle Electricität durch *B* abfliefst, so werden sich beim Erkalten von *E* auch zwischen *C* und der ihm gegenüberstehenden Kugel Funken zeigen, und in Kurzem hört der Strom von *B* ganz auf, und alle Electricität fliefst durch *C* ab.

8. Um ein ähnliches Verhalten der magnetischen Leitungsfähigkeit zu zeigen, stellte *Ritschie* eine Magnetnadel zwischen eine Eisengabel, wie Fig. 9, deren ein Schenkel weifsglühend gemacht ward, und brachte am anderen Ende einen Hufeisenmagnet an. Die Erfahrung lehrte, dafs die Anziehung oder Abstofsung der Magnetnadel am gröfsten war, wenn der Stab roth glühte, und abnahm, so wie seine Temperatur sich verminderte.

2. Untersuchungen über die Ursache der *Volta*'schen Electricität. Von *La Rive*.

(Ann. de Chim. et de Phys. Tome 39, *p.* 297.)

Die Leser dieser Zeitschrift kennen schon aus dem 4. Bande, S. 454 derselben eine Arbeit von *La Rive*, in welcher untersucht wird, ob die Berührung zweier heterogener Substanzen die eigentliche Quelle der Electricität, welche in einem solchen Falle auftritt, ist, oder ob sie von anderen, der Berührung völlig fremden Ursachen herrühre, und aus welcher der Verfasser das Resultat zieht, es rühre die Electricität von einer mit der Berührung zugleich eintretenden chemischen Wir-

kung her. Allein diese Untersuchung bezog sich bloſs auf das Daseyn eines electrischen Stromes, und zwar auf den speciellen Fall, wo dieser durch zwei heterogene Metalle, die in eine und dieselbe Flüssigkeit getaucht wurden, erregt ward. In gegenwärtiger Denkschrift wird die Untersuchung viel allgemeiner angestellt, und zwar 1) auf die Electricität im Gleichgewichte (electrische Spannung), 2) auf die in Bewegung (electrischen Strom) bezogen. Der electrische Strom selbst kann auf verschiedene Weise bei Berührungen erregt werden, und zwar unterscheidet *La Rive* drei Fälle: *a*) wo die homogenen Enden des Multiplicators, der zu solchen Versuchen dient, in zwei verschiedene Flüssigkeiten eingetaucht werden, die mit einander in leitender Verbindung stehen; *b*) wo jedes derselben, sie mögen homogen oder heterogen seyn, in eine besondere Flüssigkeit getaucht wird, und beide Flüssigkeiten selbst unter einander communiciren; endlich *c*) wo die homogenen oder heterogenen Metalle, die den Strom zu liefern bestimmt sind, in dieselbe Flüssigkeit gesenkt sind. Der letztere Fall ist eigentlich derjenige, welcher im früheren Mémoire untersucht wurde, und für den sich das Resultat ergab, daſs stets das am meisten angegriffene Metall positiv, das andere negativ electrisch wurde. Darum wollen wir ihn hier übergehen.

Von den zwei aus Platin bestehenden Enden des Multiplicators wurde eines in Salpetersäure, das andere in eine concentrirte Kalilösung getaucht, und das Alkali mit der Säure durch einen mit schwefelsaurer Soda angefeuchteten Amianth- oder Baumwollenfaden in Verbindung gesetzt, und so die Kette geschlossen. Es zeigte sich ein Strom, der die Magnetnadel um mehrere Grade ablenkte. Wiewohl es da den Anschein hatte, als fände keine chemische Wirkung Statt, weil die schwefelsaure

Soda weder durch die Salpetersäure, noch durch das Kali zersetzt werden kann; so ersteht doch der Strom durch die vereinte Wirkung der zwei Stoffe auf die Salzlösung. Es wird allerdings die Stärke dieses Stromes durch die Verbindung des Alkali mit der Säure, die vom Verbindungsfaden eingesaugt werden, und sich daselbst begegnen, bedeutend erhöht, aber im ersten Augenblicke kommt die entwickelte Electricität nur auf Rechnung der zwei genannten Ursachen, und man kann das Eintreten der letzteren verhindern, wenn man einen Verbindungsfaden von solcher Länge wählt, daſs sich die zwei Substanzen in demselben nicht begegnen können. In diesem Falle bleibt der Strom auch immer sehr schwach. Daſs dieser wirklich von der Wirkung des Alkali und der Säure auf die Salzlösung herrühre, beweisen mehrere Umstände, und zwar: 1) daſs man einen Strom von derselben Richtung erhält, man mag statt der Säure oder statt des Alkali schwefelsaure Sodalösung wählen; 2) daſs dieser Strom desto intensiver ist, je leichter diese Salzlösung zersetzt werden kann; 3) daſs der Strom nie lange Zeit hindurch dieselbe Stärke beibehält, sondern successiv abnimmt, und zwar desto schneller, je lebhafter die chemische Wirkung ist. Aus diesen und vielen anderen Erscheinungen geht hervor, daſs die Berührung bei der Erregung electrischer Ströme durch Einwirkung zweier Flüssigkeiten auf einander nicht in Betracht kommt, und daſs diese der chemischen Wirkung allein zugeschrieben werden muſs. Der Strom geht immer durch den Verbindungsfaden vom Alkali oder von den Basen zur Säure, und Salzlösungen spielen die Rolle der Basen gegen die Säuren, und umgekehrt. Scheinbare Ausnahmen rühren von zufälligen Einwirkungen, z. B. von der Wärme etc., her.

Bei einem Strome, welcher durch Einsenkung ho-

mogener oder heterogener Metalle in verschiedene direct mit einander verbundene Flüssigkeiten hervorgebracht wird, kann es geschehen, daſs das am meisten angegriffene Metall nicht dem allgemeinen Gesetze zu folgen scheint, indem es nicht positiv electrisch wird. Dieses ist z. B. der Fall, wenn man in einen Schenkel einer heberförmig gebogenen Röhre concentrirte Schwefelsäure, in den andern Salpetersäure gibt, und sorgt, daſs sie sich nur berühren, nicht mischen, hierauf aber in die Schwefelsäure das Zinkende, in die Salpetersäure das Kupferende des Multiplicators taucht. Denn da wird wohl das Kupfer am meisten angegriffen, und erscheint doch negativ electrisch. Es hat daher den Anschein, als wäre die Electricität durch Berührung erregt worden. Gegen diese Meinung führt *La Rive* an, daſs dieselbe Erscheinung Statt habe, wenn man zwei homogene Metalle anwendet. So erscheint von zwei Kupferplatten die in die Schwefelsäure gesenkte positiv, und bei Anwendung zweier Zink-, Eisen-, Zinn-, Silberplatten etc. erfolgt dasselbe. Die Erklärung dieses Phänomens ist folgende: Die zwei electrischen Principe, welche am Metall in der Salpetersäure getrennt worden sind, können sich entweder unmittelbar wieder vereinigen, oder durch den Schlieſsungsdraht einander entgegen kommen. Im gegenwärtigen Falle macht die Leichtigkeit, mit welcher die Electricität von der Salpetersäure in das Metall, und die Schwierigkeit, mit welcher sie vom Metall in die Schwefelsäure übergeht, daſs der gröſste Theil derselben unmittelbar mit seinem Gegenprincipe sich vereiniget, und nur eine geringe Menge derselben durch den Schliessungsdraht geht. Aus demselben Grunde folgen die durch Berührung der Schwefelsäure und des Metalls erregten electrischen Principe gröſstentheils dem Multiplicator, als den Weg, welchen sie leichter einschlagen können,

weil sie da nur durch das Metall in die Salpetersäure gehen dürfen, nicht aber vom Metall in die Schwefelsäure. Daher wird der Multiplicator nur von einem Strom afficirt, der die Differenz zweier anderer in entgegengesetzter Richtung gehender Ströme ist, wovon jener die geringere Intensität hat, welcher in der Schwefelsäure erregt wird. Können beide Ströme durch den Schliessungsdraht gleich leicht sich bewegen, so gewinnt der in der Salpetersäure erregte das Übergewicht, und die Richtung des Stromes im Multiplicator erscheint der vorhin bemerkten entgegengesetzt. Überhaupt mufs im Allgemeinen bemerkt werden, dafs die durch chemische Wirkung erregte Electricität viel intensiver ist, als man gewöhnlich glaubt; denn die durch den Multiplicator angezeigte Electricität ist nur ein sehr geringer Theil derjenigen, die wirklich hervorgebracht ist, ein grofser Theil derselben wird der Untersuchung durch Wiedervereinigung der zwei durch die chemische Wirkung getrennten Principe entzogen. Dadurch kommt man natürlich auf den Schlufs, dafs eine sehr schwache und kaum wahrnehmbare chemische Wirkung merkliche Spuren von Electricität erregen kann, sobald der Wiedervereinigung der electrischen Principe die Umstände nicht günstig sind.

Bei Versuchen mit zwei Flüssigkeiten kann durch gegenseitige Berührung derselben ein electrischer Strom erregt werden, der von der chemischen Wirkung der Flüssigkeiten auf die Metalle unabhängig ist. Um diesem Übelstande auszuweichen, und die Wirkung der ersteren Ursache völlig zu bestimmen, gibt man jede Flüssigkeit in ein eigenes Gefäfs; beide werden durch einen homogenen oder heterogenen Metallbogen verbunden, um dessen Wirkung es sich handelt, und in sie werden die aus Platin bestehenden Enden des Multiplicators ge-

taucht. Auf diesem Wege gelangte man bei der Anwendung der Schwefel- und Salpetersäure zu demselben Resultate, wie vorhin. Hier ist zwar die Wirkung der zwei Flüssigkeiten auf einander gegen die andere fast verschwindend klein; man kann sich aber von ihrem Daseyn doch überzeugen, und der von ihr abhängige Strom hat immer eine solche Richtung, daſs die Salpetersäure gegen die Schwefelsäure die Rolle einer Base spielt. In Fällen, wo z. B. diese zwei Flüssigkeiten aus einer Salzlösung und einem Alkali bestünden, oder aus einem Alkali und einer Säure, würde man den von ihrer gegenseitigen Berührung abhängigen Strom nicht mehr vernachläſsigen können, er könnte sogar über den anderen die Oberhand gewinnen; darum muſs man stets die zweite Versuchsmethode anwenden, wo der Strom bloſs von der Wirkung der Flüssigkeit auf das Metall abhängt. Die verschiedenen Resultate, zu denen man auf diesem zweiten Wege gelangt, zeigen zwar, daſs es auſser dem schon erwähnten Falle noch mehrere andere gebe, in welchen von zwei homogenen oder heterogenen Metallplatten, die zusammen einen *Volta*'schen Bogen bilden, die am wenigsten angegriffene positiv ist; allein directe Versuche beweisen, daſs die beim ersteren als Beispiel angenommenen Falle gegebene Erklärung dieser Anomalien auch in allen andern Fällen statthaft sey.

In die Reihe dieser Thatsachen gehört ein Versuch von *Berzelius*, den sein Name sowohl als die Folgerungen, die er hieraus zu Gunsten der Berührungstheorie gezogen, eben so wichtig als einer aufmerksamen Prüfung würdig machen. Mehrere Schalen werden zur Hälfte mit einer concentrirten salzsauren Kalklösung, und zur Hälfte mit einer Schichte sehr verdünnter Salpetersäure gefüllt, die sich wegen ihrer geringen Dichte mit der Salzlösung nicht mischt, und stets den obersten Platz

einnimmt. Kupferbogen, die an einem Ende in ein kleines Zinkstückchen auslaufen, dienen, die Schälchen zu verbinden, und sind dergestalt angeordnet, dafs das Zinkende ganz in die Salzlösung getaucht ist, während das Kupferende blofs in der Salpetersäureschichte der folgenden Schale steht.

Dieser Becherapparat entwickelt einen Strom, in dem das Zinkende, obgleich kaum oder wenigstens viel schwächer angegriffen als das Kupferende, sich gegen letzteres positiv verhält. Man kann sich leicht überzeugen, dafs der gröfsere Theil des Stromes aus der Wechselwirkung der zwei sich berührenden Flüssigkeiten entspringe, welche einen Strom erzeugt, der von der Salzlösung zur Säure überfliefst, so dafs es den Anschein gewinnt, er gehe vom Zink aus, und ströme durch die trennenden Flüssigkeiten hindurch dem Kupfer zu. Und wirklich, wenn man statt heterogener Bogen homogene aus Platin, Kupfer oder Zink anwendet, und auf dieselbe Weise anordnet, erhält man einen dieselbe Richtung nehmenden Strom, der beim Platin und Kupfer schwächer, beim Zink wegen der gröfsern Leitfähigkeit dieses Metalls stärker erscheint. Ein anderer Beweis dafür, dafs es die Wechselwirkung der zwei Flüssigkeiten sey, der man den gröfsten Theil des Stromes anrechnen müsse, liegt darin, dafs wenn man den Apparat so einrichtet, dafs sie nicht mehr auf einander einwirken können, der Strom sehr geschwächt, und beinahe ganz vernichtet wird. Auch darf man bei der Würdigung der Quellen, denen der Strom seinen Ursprung verdankt, des Antheiles nicht vergessen, den die Einwirkung der zwischen den zwei über einander gelagerten Flüssigkeiten befindlichen Schichte von Königswasser auf jene Metallplatte, deren Ende bis in die Salzlösung reicht, an seiner Erzeugung haben kann; um so mehr,

da eben diese Platte sich stets positiv gegen die andere verhält. Noch vieles anderes läfst sich gegen *Berzelius* einwenden; aber *La Rive* meint, schon die Thatsache allein, dafs man mit homogenen Bogen einen ähnlichen, bald stärkern, bald schwächern, und derselben Richtung folgenden Strom, als mit heterogenen Bogen bekommt, zeige, dafs es gewifs nicht die Berührung der zwei Metalle sey, der man bei *Berzelius's* Versuche die Electricitätserregung zuschreiben könne.

Noch wurden Versuche angestellt über den Einflufs, welchen die Temperatur der in eine Flüssigkeit getauchten Platte auf das Überströmen der Electricität aus der Platte in die Flüssigkeit nimmt. Mehrere Versuche mit Platin- und andern Metallplatten, die man in schwach gesäuertes Wasser setzte, zeigten, dafs wenn man mittelst einer Alkohollampe jenen Theil der Platte, welcher dem eingetauchten Stücke am nächsten lag, so stark als möglich erhitzte, die Intensität eines von einer Platte zur andern durch die Flüssigkeit übergeleiteten Stromes sich um mehr als das Zweifache vermehrte, vorausgesetzt, dafs der Strom eine solche Richtung hatte, dafs er von der Flüssigkeit aus in das erhitzte Metall überging; denn im Gegentheile stieg die Intensität nicht im mindesten, wenn der Strom vom erhitzten Metall aus-, und erst dann in die Flüssigkeit überging. Mit andern Worten: die negative, nicht die positive Platte mufs erhitzt werden, wenn die Intensität gesteigert werden soll. Man hat sich auch überzeugt, dafs diese Wirkung nicht aus der Temperaturerhöhung der ganzen flüssigen Masse, noch aus der Erzeugung eines neuen zu dem durch die Säule erzeugten hinzutretenden Stromes entspringe, denn man erhält weder eine Vermehrung noch eine Verminderung der Intensität, wenn man die Platte, aus welcher der Strom hervortritt, erhitzt; auch kann

man eine grofse Flüssigkeitsmenge, so dafs man ihre Temperatur für constant annehmen kann, oder zugleich die positive Platte, von welcher der Strom ausgeht, und die negative Platte, in welche er zuletzt tritt, erhitzen, ohne andere, als die bisher angeführten Resultate zu erhalten. Diese Erscheinung verdient schon darum einige Aufmerksamkeit, weil sie einen Zusammenhang zwischen der Richtung des Stromes und jenen Umständen, welche auf seine Intensität Einflufs haben, nachweist.

Bei den Untersuchungen über die Quelle der *Volta*'schen Electricität im Gleichgewichte mufs man unterscheiden, ob in die Apparate, die zur Entwickelung der Electricität dienen, eine Flüssigkeit kommt, oder sie blofs aus starren Elementen zusammengesetzt sind.

Was die Versuche mit blofs starren Elementen betrifft, zeigt eine detaillirte Prüfung, dafs keiner derselben, ob man sich nun eines Frosches oder eines Condensators als Zeiger bediente, ein reines Resultat gebe, und dafs man vielmehr bei allen mehr oder weniger den Einflufs verschiedener Berührungsursachen anerkennen mufs; allein diese Prüfung hier ganz durchzuführen, kostete zu viel Raum, und wir müssen uns begnügen, die Resultate anzuführen, welche wir den Bestrebungen *La Rive's* zur Lösung des grofsen Problems, das alle vorhergehenden Forschungen unentschieden zurückgelassen, zu verdanken haben.

Berührt man den Deckel eines Condensators aus Messing mit einem reinen Zinkstreifen, so findet man ihn nach der Berührung mit negativer Electricität geladen, diefs ist der bekannte *Volta*'sche Versuch. Allein unabhängig von der Berührung verdienen zwei Umstände eine aufmerksame Prüfung: die chemische Einwirkung der Feuchtigkeit der Hand, mit der man das Zink hält, auf dasselbe, und die chemische Wirkung des Oxygens

und der Wasserdünste der Atmosphäre auf die ganze oxydirbare Oberfläche. Vom Einflusse des *ersten* Umstandes kann man sich leicht dadurch überzeugen, daſs man den Zinkstreifen statt mit der Hand mittelst einer hölzernen Zange festhält; alsogleich vermindert sich bei gleichen Umständen die Menge der entwickelten Electricität. Befeuchtet man dagegen die Finger, mit denen man das Zink hält, mit irgend einer Säure oder Salzlösung, so erscheinen die electrischen Anzeichen um vieles stärker. Nur darf man, wenn der Versuch gelingen soll, die Finger nicht zu sehr benetzen, weil sonst die dünne Oxydschichte, die sich bildet, feucht werden, und daher die beiden aus der chemischen Wirkung entwickelten electrischen Fluida, nur durch einen guten Leiter von einander getrennt, sich vereinigen und neutralisiren würden, während die Oxydschichte, wenn sie trocken ist, als isolirende Fläche dient, so daſs die negative Electricität sich über den Condensator verbreitet, indeſs die positive durch die Hand, welche ihr als Leiter dient, wegströmt. Um den Einfluſs des zweiten Umstandes, nämlich der chemischen Einwirkung des umgebenden Mittels, zu erforschen, halte man den Streifen wieder mit einer hölzernen Zange, da sieht man deutlich, daſs schon der Hauch des Athems und noch mehr die Dünste, welche aus mit Salz- oder Salpetersäure gefüllten Schalen, die man unterhalb des oxydirbaren Metalls hinstellt, aufsteigen, die Menge der entwickelten Electricität beträchtlich vermehren; und man hat doch nur eine chemische Wirkung angewendet, die nur wenig stärker als jene ist, welche die bloſse atmosphärische Luft und ihre Wasserdünste ausüben. Diese stellt man auf eine vollkommene Art an, wenn man die oxydirbare Metallplatte in das Innere einer Röhre stellt, in der man einen leeren Raum erzeugen, und in die man verschie-

dene Gase leiten kann, sie an einem ihrer Enden in die durch die Lederbüchse gehende Messingstange stark einzwängt, während das andere Ende von einer Holzzange gehalten wird, die bis aufser der Röhre sich verlängert. In der Hand hält man die Verlängerung der Holzzange, und mit der Messingstange berührt man den Deckel des Condensators. Ist der Metallstreifen wohl vom Roste befreit, und leitet man mit vieler Sorgfalt getrocknetes Stickstoff- oder Wasserstoffgas in die Röhre, so erhält man gar keine Anzeichen von Electricität; während man sie alsogleich bemerkt, wenn das Gas feucht ist, oder man atmosphärische Luft, Sauerstoff- oder Chlorgas hineingeleitet hat. Am stärksten zeigt sich die Divergenz der Goldblättchen am Electrometer beim Chlor; nur mufs man die Vorsicht gebrauchen, das Chlor wohl zu trocknen, weil Feuchtigkeit die Wiedervereinigung der electrischen Fluida sehr befördert. — Analoge Erscheinungen hat man bei den verschiedensten Metallen und in den ungleichartigsten Mitteln erhalten; aber die merkwürdigsten haben sich beim Kalium und Sodium gezeigt. Ein Stück des einen oder des andern dieser Metalle wird mit einem Ende an eine Platinzange unveränderlich befestiget, während man es am andern Ende mit einer Holzzange hält. Hat man es wohl vom Roste befreit, umgibt es mit sehr reinem Bergöhl, und berührt mit dem Ende des Platins den Deckel des Condensators, so zeigt sich kein Anzeichen von Electricität; hat man aber das Bergöhl hinweggenommen, und sind auch in der Nähe des Metalls keine Dünste davon zurückgeblieben, so sieht man, wie sich dieses in der Berührung mit der Luft schnell oxydirt, und das Electroskop die lebhaftesten Anzeichen gibt, ja kaum ist der Condensator nöthig, um es empfindbar zu machen. Zwar bemerkt man manchmal auch dann einige electrische Anzeichen, wann

das Sodium oder Kalium sich im Bergöhl befindet; allein dieſs rührt davon her, daſs in das Öhl etwas Feuchtigkeit gerathen ist, welche an der Oberfläche der zwei Metalle adhärirt, und chemisch auf sie einwirkt, wie man leicht bemerken kann. In Stickstoff- und Wasserstoffgas gestellt, fand bei den zwei Metallen gegen die obige allgemeine Regel eine Electricitätsentwickelung Statt, sey es, daſs die Gase selbst auf sie einwirkten, oder daſs Wasserdünste vorhanden waren, von denen es so schwer ist, die Gase ganz zu befreien. Daſs aber eine solche chemische Einwirkung vorhanden war, ersieht man daraus, daſs ihre Oberfläche nach und nach den Metallglanz verlor, und verblich, so wie es in der Luft zu geschehen pflegt. Noch ist zu bemerken, daſs die Wirkung des Bergöhls in den vorhergehenden Versuchen nur darin bestehen kann, die Oxydation, welche in der Atmosphäre stets vor sich geht, zu hindern; denn wenn aus der Berührung des Sodiums oder Kaliums mit dem Platin sich Electricität entwickeln würde, so könnte ja das Öhl dieselbe nicht hindern, sich mittelst des Condensators kund zu thun, da es doch einer der besten Isolatoren ist. Noch wäre hinzuzufügen, daſs es bequemer ist, bei diesen Forschungen Kalium als Sodium anzuwenden, weil es nämlich nicht so schnell angegriffen wird, und die chemische Einwirkung auf seine Oberfläche längere Zeit ohne Verminderung fortwährt.

Ohne nun in das Detail einzugehen über mehrere Vorsichten, welche bei diesen Versuchen nothwendig, über mehrere Einwürfe, welchen sie ausgesetzt sind, wollen wir nur der Vollständigkeit wegen einige Bemerkungen hinzufügen. Die erste, daſs man nicht den leeren Raum, sondern das Öhl als umgebendes Mittel gebraucht habe, weil es so äuſserst schwierig ist, erstern ganz von Wasserdünsten zu befreien, und man daher

die erhaltenen negativen Resultate leicht der Leitfähigkeit des Mittels hätte zuschreiben können. Die zweite, wichtigere Bemerkung ist, dafs auch die Zeit auf die Entwicklungsweise der Electricität einen Einflufs übt; denn wenn man das Metall mehrmal hinter einander schnell berührt, so wird die hervorgebrachte Electricitätsmenge um vieles geringer, als sie in dem Falle ist, wo man zwischen den einzelnen Berührungen einen gröfseren Zeitraum inne hält. Diefs bestätigte sich in mehreren Fällen, und vorzüglich in jenen, wo die electrische Wirkung am Anfange heftig eingreift, aber in der Folge sich schnell vermindert, wie z. B. wenn man Kalium oder Sodium der Einwirkung der Luft, oder wenn man einen Zinkstreifen dem Chlor aussetzt. Die dritte und letzte Bemerkung ist, dafs die Metallplatte, längs welcher durch die Einwirkung eines Gases oder eines andern umgebenden Mittels die Electricität sich entwickelt, die Fähigkeit besitzt, seine electrische Eigenschaft zu behalten, und auch dann noch zu offenbaren, wenn die chemische Einwirkung schon aufgehört hat; ein Phänomen der electrischen Spannung, welches ganz jenem analog ist, das bei der dynamischen Electricität an jenen Körpern sich zeigt, die dieser Electricität als Leiter gedient haben; doch ist diese Eigenschaft der leitenden Körper nur merkbar, wenn die Electricität, wie eben in gegenwärtigem Falle, sehr schwach ist, und sie scheint davon herzurühren, dafs die Theilchen der angegriffenen Oberfläche gleichsam eben so viele kleine Leidnerflaschen bilden, bei denen die Oxydschichte die trennende Fläche der zwei electrischen Fluida vertritt. Aus dieser Erfahrung leitet *La Rive* ab, wie es in einigen Fällen eine merkbare Electricitätsentwickelung geben könne, ohne dafs eine chemische Wirkung sichtbar sey; aber was diese Art der Electricitätsentwickelung charak-

8 *

terisirt, ist, dafs sie in einigen Augenblicken ihr Ende erreicht, wenn nicht andere erzeugende Ursachen der Electricität hinzutreten.

Ist die chemische Einwirkung des umgebenden Mittels die Ursache der Electricitätserregung, so sollte es beim ersten Anblicke scheinen, dafs, wenn man statt des Gases eine Flüssigkeit anwendet, die das Metall stärker angreift, sich auch eine gröfsere Menge Electricität entwickeln werde; allein die Erfahrung zeigt im Gegentheile, dafs sich gar keine oder wenigstens viel weniger Electricität entwickelt, als durch die Einwirkung eines trockenen Gases entsteht. Dieser Erfolg erklärt sich indefs leicht aus der Bemerkung, dafs die beiden electrischen Fluida, welche durch die chemische Einwirkung das eine in das Metall, das andere in die Flüssigkeit übergeführt werden, alsogleich nach ihrer Trennung sich wieder wegen der grofsen Leitfähigkeit der Flüssigkeit vereinigen, während bei den Gasen auch die schwächste Electricität merkbar wird, weil die dünne isolirende Oxydschichte, die sich bildet, der Vereinigung der zwei electrischen Fluida widersteht.

Auch die Resultate, die *Becquerel* erhielt, als er Metallschälchen mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt auf den Condensator stellte, erklären sich leicht aus der vorigen Betrachtung. Stets stimmet die Natur der electrischen Anzeichen mit der chemischen Theorie überein, nur der Fall setzt in Verlegenheit, wenn man in ein Metallschälchen eine Säure, die das Metall anzugreifen vermag, gibt, ein Holzstück in die Flüssigkeit taucht, und es am andern Ende mit der Hand festhält. Es scheint nämlich der Theorie gemäfs, dafs das durch chemische Wirkung gesonderte und in der Flüssigkeit verbreitete positive Fluidum in den hölzernen Conductor, der sich ihm darbietet, abfliefsen, und so dem negativen im Metalle

angehäuften Fluidum gestatteu solle, in den Condensator überzugehen, und das Electroskop zu afficiren; so wie dieſs immer geschieht, wenn man statt des Conductors aus Holz einen aus Platin anwendet. Dem Unterschiede der Leitfähigkeit des Holzes und des Platins kann man diese Verschiedenheit der Resultate nicht zuschreiben, da doch der bei weitem gröſste Theil des Conductors, nämlich die Hand und der Leib desjenigen, der den Platindraht oder die Holzstange hält, in beiden Fällen derselbe bleibt; allein alles hängt von der Leichtigkeit ab, mit der das Fluidum von der Flüssigkeit in den dargebotenen festen Leiter übergeht. Beim Holze geht der Übergang nur schwer vor sich, daher vereinigt sich das positive Fluidum der Flüssigkeit von neuem mit dem negativen des Metallschälchens, während beim Platin die Leichtigkeit des Übergangs einen Theil des positiven Fluidums entführt, und daher einen Überschuſs an — E. erzeugt, welcher dann das Electroskop anregen kann.

Auch die Thatsache, daſs, wenn man in ein stark erhitztes Metallschälchen einen Tropfen einer Flüssigkeit fallen läſst, die dasselbe anzugreifen vermag, im Momente, wo die Verdunstung beginnt, die Goldblättchen des Electroskops aus einander fahren, erklärt sich leicht aus der chemischen Theorie: der Dunst, der sich aus der Flüssigkeit erhebt, trägt das positive Fluidum mit sich empor, das negative bleibt im Metalle zurück, und afficirt den Condensator. Es ist zwar möglich, daſs auch das positive Fluidum auf der Oberfläche des Schälchens zurückbleibt, aber dann ist es vom negativen durch die trockene Oxydschichte getrennt, die nach der Verdunstung sich bildete; und wirklich, gieſst man, wenn die ganze Flüssigkeit verdunstet ist, von neuem einige Tropfen in das Schälchen, die dann die Oxydschichte benetzen und auflösen, so hört die Divergenz der Gold-

blättchen alsogleich auf. Diese Divergenz zeigt sich gar nicht, wenn man das erste Mal mehr Flüssigkeit in das Schälchen gieſst, als verdunsten kann, eben weil dann die Oxydschichte feucht bleibt. Ja, bringt man mittelst eines isolirten Metallbogens die innere und äuſsere Fläche des Schälchens mit einander in Berührung, hören alle electrischen Anzeichen eben so auf, als wenn man die innere und äuſsere Belegung einer Leidnerflasche mit einander vereinigt.

Daſs es nicht die Verdunstung, sondern eben nur die chemische Wirkung sey, welche diese Erscheinungen hervorruft, zeigt vorzüglich die schon von *Pouillet* gemachte Erfahrung, daſs ein eben so gestaltetes und stark erhitztes Platinblättchen gar keine electrischen Anzeichen gibt, wenn man darin Wasser von gleicher Beschaffenheit und auf dieselbe Art, wie in einem oxydirbaren Schälchen, verdunsten läſst. Ferner, die Natur der sich entwickelnden Electricität, die so ganz mit denen übereinstimmt, auf welche die chemische Hypothese im Voraus führt, ist ein neuer Beweis der Wahrheit derselben. — Also nicht die Verdunstung selber, sondern nur der Umstand, daſs die entstandenen Dünste einen Theil des positiven Fluidums entfernen, und die neu gebildete Oxydschichte die Wiedervereinigung der beiden Fluida verwehret, ist der Grund dieser Erscheinungen, und erkläret hinlänglich, warum man keine ähnlichen Resultate erlangt, wenn man kalte Schälchen anwendet.

Unter den verschiedenen Versuchen, die *La Rive's* Mémoire über diesen Gegenstand enthält, verdient noch einer besondere Aufmerksamkeit: An den Deckel des Condensators wird ein dicker Platindraht befestiget, der mit einem Ende in eine mit concentrirter Schwefelsäure gefüllte Tasse reicht; in dieselbe Tasse taucht man einen kleinen Holzstab, den man mit der Hand festhält —

der Condensator ladet sich mit positiver Electricität. Diese wird durch die chemische Einwirkung der Schwefelsäure auf das Holz erzeugt, denn die —E. fliefst durch die Hand ab, die +E. strömt in die Flüssigkeit zurück, verbreitet sich daselbst, fliefst in den Platindraht über, und wird von ihm dem Condensator zugeleitet. Taucht man den Platindraht, ehe man ihn in die Schwefelsäure gibt, in Salpetersäure, so wird die Intensität der angehäuften Electricität bedeutend vermehrt, weil man dadurch den Übergang des in der Flüssigkeit verbreiteten positiven Fluidums erleichtert.

Folgerungen aus den dargestellten Thatsachen.

Diese Folgerungen beziehen sich entweder auf die electro-chemische Theorie, oder auf die Theorie der Säule.

Was den ersten Punct betrifft, so scheint aus den in diesem Mémoire fortgesetzten Arbeiten hervorzugehen, dafs die Electricität stets die Folge eines wirkenden Principes, nicht eines unthätigen Zustandes, und eher eine Wirkung als ein Grund anderer Erscheinungen sey, und dafs folglich die unbekannte Kraft, welche der chemischen Wirkung zu Grunde liegt, die Electricität entwickle, nicht umgekehrt die Electricität jene Kraft erzeuge. Doch läugnet der Verfasser, trotz der subjectiven Überzeugung von der Wahrheit seiner Ansicht, nicht die Möglichkeit, dafs alle Körper eine ihnen eigenthümliche und innig mit ihrem Wesen verknüpfte Electricität besitzen. Sogar die Thatsache, dafs die Berührung zweier homogener Substanzen keine Electricität entwickle, hält er nicht für eine hinlängliche Widerlegung der letztern Ansicht. Denn hätte man das Gegentheil *a priori* angenommen, ohne von der Wirkung der

Berührung unterrichtet zu seyn, so hätte man die Berührung zweier leitender Körper, von denen der eine positiv, der andere negativ angenommen wird, geeigneter zum Verbergen als zum Zeigen der Electricität geglaubt. Und wirklich war man in der Berührungstheorie, um zu erklären, wie es komme, dafs sich die beiden entgegengesetzten Electricitäten der sich berührenden Körper nicht neutralisiren, zur Annahme einer verborgenen Kraft genöthiget, die man schlecht genug *electromotorische Kraft* taufte.

Was die Säulentheorie und ihre Erklärweise der Phänomene betrifft, forderte dieser Gegenstand eine weitläufige Auseinandersetzung; indefs genügt die Bemerkung, dafs die Untersuchungen, wie sie *La Rive* in den erstern Theilen dieses Mémoires auf dem Erfahrungswege entwickelte, alle diese Phänomene kürzer und einfacher erklären: Was zuerst die Anhäufung der electrischen Fluida an den Enden oder Polen einer zusammengesetzten Säule betrifft, so ist sie ein Resultat der Art und Weise, wie die Electricität zu Folge der chemischen Wirkung sich entwickelt. Das positive Fluidum, erzeugt durch die Einwirkung der Flüssigkeit auf die erste Zinkplatte, verbreitet sich in der Flüssigkeit, stöfst auf das Kupfer des folgenden Plattenpaares, strömt in dasselbe, und neutralisirt das negative Fluidum der zweiten an das Kupfer gelötheten Zinkplatte; aber während der Zeit hat auch das positive Fluidum derselben Platte sich in der zu ihr gehörigen Flüssigkeit verbreitet, ist in das Kupfer des dritten Plattenpaares übergeströmt, und hat dort die —E. der dritten Zinkplatte neutralisirt, u. s. f. Auf einem der Säulenenden gibt es daher einen Überschufs an positiver, am andern an negativer Electricität, und man begreift, dafs die Stärke der chemischen Wirkung auf die Intensität der beiden angehäuften Fluida

einen Einflufs habe. Der Einflufs der Anzahl der Platten auf die Spannung ist ebenfalls leicht zu erklären: die beiden an den zwei Polen der Säule angehäuften Fluida suchen sich wechselseitig zu neutralisiren, und wenn die Pole durch keinen guten Leiter vereiniget sind (d. i. wenn die Kette offen steht), so dient die Säule selbst als Mittel der Vereinigung; daher kann keine der zwei Electricitäten eine bestimmte Spannung überschreiten, deren Stärke von der gröfsern oder geringern Leichtigkeit abhängt, mit welcher die beiden Fluida den *Volta*'schen Apparat durchströmen können. Nun aber weifs man seit langer Zeit, dafs, je gröfser die Anzahl der zu durchstreichenden Platten ist, desto gröfser der Widerstand und die Schwierigkeit, sie zu durchströmen, sey; daher nur dann die an den Enden angesammelte Electricität auf den Condensator eine, und zwar eine desto gröfsere Wirkung üben wird, wenn der *Volta*'sche Apparat aus einer so grofsen Anzahl Platten besteht, dafs er die Wiedervereinigung der beiden Electricitäten wirksam hindern kann, und eine je gröfsere Anzahl Platten er besitzt. Eben so, wenn man mit Hülfe zweier mit den Polen in Communication gesetzter Platindrähte Wasser zersetzen will, mufs die Säule eine so grofse Anzahl Plattenpaare besitzen, dafs die beiden Fluida lieber ganz oder zum Theile sich durch das Wasser hindurch vereinigen, als den schwierigen Weg durch die Säule zurücklegen. Mit einem Worte, alle Wirkungen einer *Volta*'schen Säule, die von der Anzahl der Plattenpaare abhängen, lassen sich daraus erklären, dafs den zwei Electricitäten zum Behufe ihrer Vereinigung stets zwei Wege sich darbieten, der eine durch die Säule, der andere durch den die beiden Pole verbindenden Leiter; das Verhältnifs der Menge der Electricität, welche den einen, zu jener Electricität, welche den an-

dern Weg einschlägt, hängt von dem Verhältnisse der Leitfähigkeit des Apparats zu der des Conductors ab.

Bei den electrischen Wärmephänomenen kommt es auf die Anzahl der Platten nicht an, denn um diese hervorzubringen, bedient man sich stets metallener Leiter, die daher stets eine gröſsere Leitfähigkeit als die Säule selbst haben. Nichts desto weniger wird in einigen Fällen, wie bei dem Versuche mit Kohlenstücken, wo der electrische Strom einen bedeutenden Widerstand findet, eine groſse Anzahl Platten erforderlich seyn.

Woher entspringen aber diese erwärmenden Wirkungen des electrischen Stromes? Von dem Widerstande, meint *La Rive*, den die Electricität beim Übergange von einem Körper zum andern, oder von einem Atom zum zweiten findet; da hört der zurückgehaltene Antheil der Electricität auf, als electrisches Fluidum zu erscheinen, und entwickelt Wärme. Mehrere Versuche bestätigen diese Hypothese: So wird eine aus mehreren gleichartigen und gleich dicken an einander geknüpften Metalldrähten bestehende Leitungskette an den *Verbindungsstellen* weiſsglühend. So erhitzt sich ein in eine Salzlösung getauchter baumwollener Docht, wenn er dem electrischen Strom als Leiter dient, äuſserst stark, während diese Lösung in eine Röhre von gleichem Durchmesser mit dem Dochte eingeschlossen, unter denselben Umständen kalt bleibt; was daher kommt, daſs im ersten Falle jedes Wassertheilchen von dem andern durch eine dünne Baumwollschichte getrennt, und also die Electricität gezwungen ist, von einer Substanz in die andere überzugehen. Ein Stengel einer Fettpflanze mittelst zweier Platindrähte in den electrischen Kreis gebracht, erhitzt sich dergestalt, daſs das in ihm erhaltene Wasser zu sieden anfängt, eben weil jedes Wassertheilchen in einer einzelnen von allen andern durch eine vegetabilische

Scheidewand getrennten Zelle liegt. Diese Ansicht erklärt, dafs bei einer gleichen Summe von Oberflächen eine mehrgliedrige Säule weniger Wärme, als eine Säule von einer geringern Anzahl Plattenpaare erzeugt. Denn im ersten Falle haben die zahlreichen Übergänge der Electricität von einer Platte in die Flüssigkeit, und von der Flüssigkeit in die nächst folgende Platte, schon einen grofsen Theil der Electricität, und insbesondere von jenem Antheile derselben, der unfähig weiter zu strömen, eben dadurch die erwärmenden Wirkungen erzeugt.

Noch müssen wir (Redact. der *Ann. de Chim.*) gestehen, dafs man eine vollkommen klare Vorstellung von den unendlich vielen Versuchen und Erklärungen, die *La Rive* in diesem seinem herrlichen Mémoire gibt und anstellt, nur durch das Original selbst erhalten kann, indem dieser Auszug nur die äufsern Umrisse des Werkes darstellen konnte.

C. Über den Diamant.

Die künstliche Erzeugung der Diamante hat der Aufmerksamkeit Vieler plötzlich eine Richtung gegeben, die hoffen läfst, man werde nun, wo sich der litterarische Streit gelegt zu haben scheint, eine Zusammenstellung einiger Facten und Ansichten, die sich in mehreren Werken neueren Ursprungs über diesen Edelstein befinden, nicht ungünstig aufnehmen.

Der Diamant kommt im aufgeschwemmten Lande neueren Ursprungs vor, ist aber wahrscheinlich nicht in demselben entstanden, sondern nur dahin transportirt worden. Die diamantführende Erde besteht aus abgerundeten Kieseln, die durch eisenhältigen Thon mit einander verbunden sind, und enthält auch Eisenoxyde in verschiedenen Oxydationsstufen, Quarz, versteinertes

Holz etc. Sie kommt fast ausschliefsend nur in Visapour und Golconda, Bengalen, Pegu, in der Insel Borneo, und endlich in Brasilien vor. Da der Diamant dichter ist, als sein Muttergestein, so kommt er auch in desto gröfserer Tiefe vor, je gröfser er ist. Die gröfsten findet man fast ausschliefslich in weiten Thälern.

Man hat in der neuesten Zeit die Vermuthung aufgestellt, dafs auch in Sibirien Diamanten vorkommen dürften, weil der Platin führende Sand von Nitschni Toura dem sehr ähnlich ist, in welchem die brasilianischen Diamanten vorkommen. Nach *Eschwege* enthält der Sand Eisenoxydhydrat und Jaspis, und führt mehr Platin als Gold; der von Nitschni Toura führt dieselben Bestandtheile.

Das Aufsuchen der Diamanten ist eine kostspielige, nicht einträgliche Arbeit. Man meint, die Auslagen, welche auf einen Karat des Diamantes kommen, belaufen sich auf 13 Gulden C. M. Das Verfahren, welches man in Indien beim Diamantensuchen anwendet, ist folgendes: Man wäscht die diamantführende Erde, bringt den Rest auf einen festen, ebenen, von der Sonne beschienenen Boden, läfst ihn trocknen, und dann durch nackte Sklaven, die überdiefs genau bewacht werden, durchsuchen, um die im Sonnenlichte strahlenden Diamanten herauszufinden. In Brasilien verfährt man etwas regelmäfsiger. Die Diamanterde wird zum Waschen auf eine schiefe und in einzelne Abtheilungen abgetheilte Ebene gebracht, und von zwanzig Negern untersucht, die unter gehöriger Aufsicht stehen. Wenn ein Neger einen Diamant findet, klascht er in die Hände. Darauf kommt ein Aufseher, nimmt ihn in Empfang, und legt ihn mitten im Gemache auf eine Platte. Ein Neger, der einen über 70 Grän schweren Diamant findet, erlangt die Freiheit. In Brasilien findet man im Durchschnitte jährlich 2500 — 3000 Karat (10 — 13 Pf.) Diamanten, wo-

von aber nur 800 — 900 Karat zum Schneiden geeignet sind. Der Rest wird als Bort zum Schleifen der besseren Diamante gebraucht, indem dieses Mineral wegen seiner ungemeinen Härte, wodurch es alle übrigen Mineralkörper übertrifft, nur wieder durch sein eigenes Pulver bezwungen werden kann.

Der Werth eines Diamanten richtet sich nach seiner *Gröſse*, *Farbe*, *Reinheit*, und nach *der Art* seines *Schnittes.* Die Gröſse läſst sich, da alle nahe dieselbe Dichte 3.4 — 3.6 haben, aus dem Gewichte abnehmen, und man bestimmt dieses nach Karat. Ein Karat beträgt 205 Milligramme, oder 2.81 Gran unseres Gewichtes. Ein Karat wird in 4 Gräne getheilt. Der Name Karat stammt von den Körnern der Pflanze *Kuara*, mit denen man in Sengallen das Gold zu wägen pflegt, und die auch nach Indien kamen, und zum Diamantwägen gebraucht wurden, her. Der berühmte Diamant des Groſsmoguls wiegt 279.9 Karat; der an Ruſslands Zepter befindliche, von unregelmäſsigem Schnitte, wiegt 194.75 K.; der im österreichischen Schatz befindliche 139.5 K.; und der zum französischen Schatze gehörige 127 K. Gewöhnlich sind die Diamante farbenlos, doch gibt es auch gelbe, pfirsichblüthen- und rosenrothe, grüne, blaue, braune und schwarze. Die schwarzen sind die seltensten; die blauen, grünen und rothen stehen höher im Preise als die farbelosen. Nicht alle Diamante sind völlig rein, sondern viele haben Sprünge (Eisrisse), die ins Innere des Diamantes eindringen, und seinem Farbenspiele Abbruch thun, wohl auch wollkich trübe Stellen und schwarze Puncte. Man gibt jenen den Vorzug, welche mit der gröſsten Klarheit das lebhafteste Farbenspiel verbinden. In Betreff des Schnittes haben die Brillanten vor den Rauten den Vorzug, und die sogenannten Tafelsteine stehen allen nach.

Der Diamant wurde bis in die neueste Zeit fast ausschliefsend als Schmuck gebraucht, erst vor Kurzem ward er in England zu mikroskopischen Linsen verwendet. Dazu eignet er sich wegen seines grofsen Brechungs- und kleinen Farbenzerstreuungsvermögens besonders, und nur seine Härte wird der Verbreitung solcher Linsen stets grofse Hindernisse in den Weg setzen, indem nach *Pritschard's* Preiscourant eine Diamantlinse zwischen 100—200 fl. C. M. zu stehen kommt, ein Preis, wofür man bei uns das beste zusammengesetzte Mikroskop mit allem Zugehör erhält. Da das Brechungsverhältnifs des Diamantes nach *Rochon* 2.470 beträgt, das des Glases aber 1.52..., so wird die Brennweite einer Diamantlinse in dem Verhältnisse 147:52 kleiner seyn, als die einer Glaslinse von derselben Krümmung, und in demselben Mafse mehr vergröfsern, ohne an einer grössern Abweichung wegen der Kugelgestalt und Farbenzerstreuung zu leiden.

Da der Diamant reiner krystallisirter Kohlenstoff ist, so steht er schon dadurch den Pflanzenkörpern nahe, und man thut nur einen Schritt weiter, wenn man behauptet, er sey vegetabilischen Ursprungs. Dafür wird er auch von *Jameson* und *Brewster* gehalten. Es sprechen dafür folgende Gründe:

Der Diamant kommt in der Regel nur im aufgeschwemmten Lande, mitten unter gestörtem älterem Gestein vor; er hat in seinem optischen Verhalten viele Ähnlichkeit mit dem Bernstein, über dessen vegetabilischen Ursprung kein Zweifel mehr obzuwalten scheint, und er mufs sich wie dieser erst in einem weichen Zustande befunden haben, und durch langsames Festwerden eines vegetabilischen Stoffes entstanden seyn. Nach *Jameson* soll dieses Pflanzenharz gewesen seyn. Indefs haben noch die Gegner dieser Ansicht ihre Gründe für

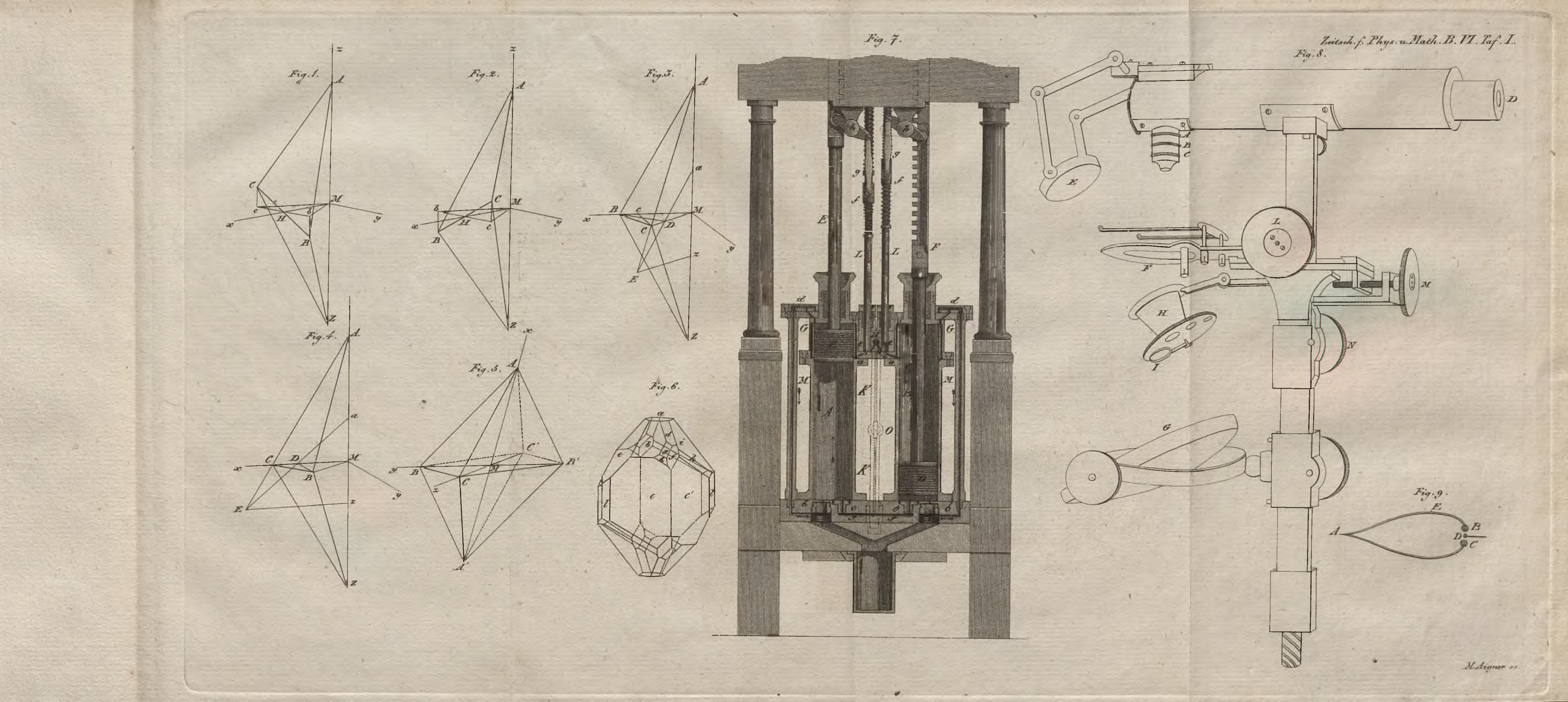
den mineralischen Ursprung dieses merkwürdigen Körpers, und zwar führen sie folgende an:

Das Vorkommen des Kohlenstoffes als Anthracit und Graphit im Glimmerschiefer und anderem Gestein von primärer Formation läſst vermuthen, daſs dieses Element in das Gebiet des Mineralreiches gehöre, und dem Entstehen der Vegetabilien vorausgegangen sey, und daher der Umstand, daſs der Diamant aus Kohlenstoff bestehe, seinen vegetabilischen Ursprung keineswegs beweise. Man hat schon Diamanten in einem Muttergestein gefunden, welches Eisenstein führte, der in Adern oder Lagern von Chloritschiefer vorkömmt, mithin wahrscheinlich zu den primitiven Formationen gehört. Man glaubt sogar die Compressibilität des Diamantes, die ihm, wie sein optisches Verhalten zeigt, einst eigen gewesen seyn muſs, als eine Wirkung der Hitze ansehen zu können, und hebt dadurch den Hauptgrund auf, aus dem man sein Entstehen aus dem Reiche der Vegetabilien hauptsächlich folgerte.

Die neueste Zeit schien über diesen Gegenstand die beste Aufklärung zu versprechen, indem französische Gelehrte Diamanten durch Kunst erzeugt zu haben vorgaben.

In der am 5. November 1828 abgehaltenen Sitzung der Pariser Academie der Wissenschaften berichtete *Cannal*, Gelegenheit gehabt zu haben, aus einer grossen Quantität Schwefelalkohol die Ausscheidung des Kohlenstoffes mittelst Phosphor zu versuchen. Er setzte hinzu, mittelst eines besonderen Verfahrens eine krystallisirte Substanz ausgeschieden zu haben, die im Sonnenlichte Farben spielte, wie Diamanten. Er sammelte zwanzig solche Krystalle, und darunter drei von der Gröſse eines Hirsekorns. Herr *Champigny*, Director der Juwelenhandlung des Hrn. *Petitlot*, hielt sie für wahre

Diamanten. In der darauf folgenden Sitzung am 11. November las *Arago* ein Schreiben des Hrn. *Cagniard de Latour* vor, worin dieser der Academie berichtete, schon am 19. Jänner 1824 der Academie ein Depot eingesendet zu haben, wo von der künstlichen Erzeugung der Diamante die Rede sey, und daſs er jetzt damit umgehe, gröſsere Diamante zu gewinnen, aber auf einem Wege, der von dem *Cannal*'schen gänzlich verschieden ist. Es wäre demnach die Priorität Hrn. *Cagniard de Latour* einzuräumen; aber *Gay-Lussac* erklärte, es sey ihm bekannt, daſs *Cannal* sich bereits seit mehr als acht Jahren mit dieser Arbeit beschäftige. Bei einer Untersuchung der *Latour*'schen vorgeblichen Diamanten bewährten sie sich zum Theile als Silicate von einer sehr grossen Härte, zum Theile als eine mit einer sehr harten Schlacke umgebene Kohle. Auch *Cannal's* Producte sollen keine Diamanten seyn. Geübte Chemiker, welche auf diesem Wege Versuche anstellten, fanden wohl wasserhelle Phosphorkrystalle, aber keine Diamanten.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
M. Aigner sc.

